

KFKI-1979-51

EGELI GY.

CSÖTÖRÉSEKNÉL FELLÉPŐ TRANZIENS JELENSÉGEK  
KÉTFÁZISÚ ÁRAMLÁS ESETÉN

*Hungarian Academy of Sciences*

CENTRAL  
RESEARCH  
INSTITUTE FOR  
PHYSICS

BUDAPEST





KFKI-1979-51

CSÖTÖRÉSEKNÉL FELLÉPŐ TRANZIENS JELENSÉGEK  
KÉTFÁZISÚ ÁRAMLÁS ESETÉN

Egeli György

Magyar Tudományos Akadémia Központi Fizikai Kutató Intézete  
1525 Budapest Pf. 49.

HU ISSN 0368 5330  
ISBN 963 371 569 5





### III.

#### Tartalomjegyzék

Összefoglalás .....	3
Bevezetés .....	5

#### I. rész

A matematikai leírás módszerei és korlátai .....	10
A leíráshoz használt modell felállítása .....	11
Az áramlás képének hatása a matematikai felírásra .....	13
Állapotegyenletek .....	14
Valóságos modellek .....	16
Egy-közeg modellek .....	16
Két-folyadék modellek .....	17
Termikus nem-egyensúly modellek .....	19
Alkalmazási tapasztalatok .....	21

#### II. rész

A homogén modell .....	25
Az egyenletrendszer megoldása .....	27
A.I. függelék .....	38
A.II. függelék .....	41
A.III. függelék .....	42
A kétfázisú slip modell .....	32
B. függelék .....	45

#### III. rész

A termikus nem-egyensúlyi folyamat .....	47
A nyomásminimum értékének számítása .....	48
Nyomáskomponensek a dekompresszió előtt és után .....	49
A buborék növekedésének mechanizmusa .....	51
A túlhevítés számítása az idő függvényében .....	53
Buborék generációk .....	55
A kiáramlás hatása .....	56



#### IV.

A számítási eredmények értékelése .....	57
C.I. függelék .....	59
C.II. függelék .....	61
C.III. függelék .....	62
Irodalomjegyzék .....	63

#### Ábrajegyzék

##### I., II.rész

1. ábra: Slip és kritikus kiömlési modellek össze- hasonlítása mérésekkel .....	23
2. ábra: Telített víz kiáramlása .....	24
3. ábra: Példa a homogén modell alkalmazására .....	31
4. ábra: Példa a slip modell alkalmazására .....	37

##### III. rész

1. ábra: Egy mérés nyomás-idő diagramja .....	65
2. ábra: Fém felszínének keresztmetszete .....	65
3. ábra: A számítás kezdete .....	66
4. ábra: Üregek számának eloszlása az átmérő függvényeként .....	66
5. ábra: A buborék alakja az üregben a törés előtt és után .....	67
6. ábra: Buboréksugár, mint az idő függvénye .....	67
7. ábra: A tulhevités csökkenése egy időlépés alatt ...	68
8. ábra: Az eredő buboréksugár számítása .....	68
9. ábra: A kritikus átmérő és üregátmérő kapcsolata ...	69
10. ábra: Illusztráció a C.I.-es függelékhez .....	69
11. ábra: A nyomás és tulhevités alakulása az idő függvényében .....	70
12. ábra: Buboréksugár növekedés az idő függvényében ...	71
13. ábra: A nyomás és tulhevités alakulása az idő függvényében .....	72
14. ábra: A nyomás és tulhevités alakulása az idő függvényében .....	73



## JELÖLÉSEK

s	=	slip
u	=	sebesség [m/sec]
G	=	tömegfluxus [kg/m <sup>2</sup> /sec]
v	=	fajtérfogat [m <sup>3</sup> /kg]
h	=	entalpia [Joule/kg]
$\alpha$	=	gőztartalom térfogattört
x	=	gőztartalom tömegtört
$\rho$	=	sűrűség [kg/m <sup>3</sup> ]
p	=	nyomás [N/m <sup>2</sup> ]
A	=	áramlási keresztmetszet [m <sup>2</sup> ]
K <sub>c</sub>	=	nedvesített kerület [m]
K <sub>n</sub>	=	fűtött kerület [m]
$\varphi$	=	az áramlás irányának a vízszintessel bezárt szöge
q	=	fajlagos hőterhelés [Watt/m]
f	=	egyfázisú áramlás surlódási együtthatója
$\phi^2$	=	kétfázisú áramlás surlódási együtthatója
z	=	axiális távolság [m]
t	=	idő [sec]

## Indexek

l	=	folyadék
g	=	gőz







## Összefoglalás

A dolgozat a tranziens kétfázisú áramlás néhány számítási modelljét mutatja be. Alkalmazhatóságuk korlátait szem előtt tartva bemutatja mikor, melyik modell használható, milyen elhanyagolással dolgozik, a valóságot mennyire közelíti.

Az első részben a kétfázisú leíráshoz szükséges egyenletrendszereket ismertettem, s a numerikus megoldásnál felmerülő problémákat. Részleteztem, hogy az áramkép függvényében milyen egyenletrendszerekkel lehet leírni a folyamatot, milyen segédegyenletek szükségesek, az elhanyagolásoknak milyen hatása van. Részletezésre került a homogén egyensúlyi egyenletrendszer, az általánosított homogén és a slip modell, mint az ugynevezett "egy folyadék"-kal leírt modell, valamint a gyűrűs és réteges áramlások közelítésére használható "két-folyadék" modell.

A legáltalánosabb ún. "hat-egyenletes" rendszerből kiindulva megvizsgáltam, hogy a különböző egyszerűsítő feltételeknek mi a hatásuk, milyen esetek írhatók le így. Megindokoltam, hogy miért a homogén egyensúlyi, a slip és termikus nem-egyensúlyi modellek kerültek gyakorlati kidolgozásra. Röviden leírtam a kritikus kiáramlás számítására felhasznált számítási modelleket.

A második részben a homogén és a slip modell kerül ismertetésre, részletezve az egyenletek átalakítását és a numerikus megoldás lépéseit, a futtatások tapasztalataival. Egy-egy számítási példa zárja ezeket a részeket.



A harmadik részben a csőtörés után pár millisekundum alatt lejátszódó termikus nem-egyensúlyi folyamat kerül ismertetésre. Itt leírtam a buborékképződés mechanizmusát, a buboréknövekedés különböző szakaszait, az ott lejátszódó folyamatokat és ezek számítását, valamint ennek hatását az időbeni nyomáslefutásra. Ismertetem a számításra felhasznált numerikus módszert. Megvizsgáltam a számítási módszert és a mérési eredményekkel összehasonlítottam, és ezeket elemeztem.



## Bevezetés

Az iparban egyre több olyan probléma vetődik fel, ahol a forrásban levő közeg áramlását kell leírni. A stacioner esetekre már viszonylag megfelelő összefüggésekkel rendelkezünk, de még itt sem tisztázódott minden folyamat részleteiben. Az instacioner esetben azonban még ennél is rosszabb a helyzet, a számítások gyakran csak nagyságrendi becslést adnak.

A mérésekkel felvett korrelációk csak szűk, korlátozott tartományban érvényesek, nincsenek minden folyadékra és nyomásra érvényes összefüggéseink. Bár történtek erőfeszítések a forrásban vagy kondenzálódásban lévő áramlások hasonlósági leírására, ezek nem mondhatók ma még sikeresnek. Így minden egyes esetre külön-külön kell elvážezni a számításokat.

Összetett fizikai folyamatok játszódnak le a folyadékokban, amelyek bonyolult, általában nemlineáris kapcsolatban vannak egymással. Különbözű instabilitások léphetnek fel az áramló közegben, pl. a folyadékknak látszólagos szakítószilárdsága lehet, vagy termikusan instabil, túlhevített állapotba kerülhetnek /pl. kavitáció esetén/. Emiatt ilyenkor nem alkalmazhatók a termikus egyensulyra alapozott állapotegyenleteink.

A hang sebessége nagyságrendekkel csökken, ha kátfázisu közegben halad, értéke a gőztartalom függvénye. Ennek megfelelően megválozik a kompresszió és depresszió frontok viselkedése is, melyek ilyen közegbe érve idővel eltűnnek.

Sokszor nem lehet közvetlenül, egyszeri számításal eredményre jutni. Már ahhoz, hogy az egyenleteket felállithas-



suk az szükséges, hogy az áramképet, az áramlás alakját ismerjük. Ehhez viszont a nyomás, a sebesség és a gőztartalom értékeket kell ismerni, megközelítő pontossággal. Míg az egyfázisú áramlás esetén a nehézséget főleg egy ismert megmaradási egyenlet vagy egyenletrendszer megoldása jelenti, a kétfázisú tranziens áramlás esetén már az egyenletrendszer felállításánál kezdődnek a problémák.

Mindenképpen elhanyagolásokkal kell élni már az egyenletrendszer felállításakor, csak a folyamatban domináns szerepet játszó hatásokat tudjuk figyelembe venni, különben reménytelennek mondható a feladat megoldása. Ezért már az egyenletek felírása hibaforrásokat hordoz magában, melyek a számítás pontosságát meghatározzák, korlátozzák.

Általában parciális differenciálegyenlet formájában kapjuk a leírásra használt matematikai modelleket, ezek megoldására gyakorlatilag csak numerikus módszerek jöhetnek számításba. Így a számítás eredményét az is befolyásolja a továbbiakban, hogy milyen a kiválasztott módszer.

Külön problémát jelent annak a vizsgálata, hogy a számítás eredményében jelentkező esetleges instabilitás, oszcilláció a fizikai folyamatot tükrözi-e, a leírásra kiválasztott egyenletrendszer pontatlanságának következménye vagy a rosszul megválasztott numerikus módszer eredménye.

Tekintve, hogy az eredmény vizsgálata matematikai diszkusszióval nem oldható meg minden kétséget kizáróan, feltétlenül szükséges megbízható mérések szimulálása számításal, csak ez adhat megnyugtató választ a fenti kérdésre.

A termikus instabilitások esetén azonban vannak olyan kölcsönhatások, amelyek  $10^{-8}$  -  $10^{-6}$  sec alatt játszódnak le,



de a folyamatot lényegesen befolyásolják. A jelenlegi mérési technika azonban még csak  $10^{-4}$  -  $10^{-5}$  sec alatt lejátszódó folyamatokról adhat képet, finomabb felbontásra egyelőre nincs mód.

Az áramlási jelenségekben a buborékok keletkezése, méretük és számuk időbeli változása döntő fontosságu lehet. A buborékok összeolvadását vagy szétválását azonban nem tudjuk egyenként figyelemmel kísérni, így átlagolásra van szükség.

A vegyipar és az energetika több olyan folyamatot használ, ahol kétfázisú /forrásban, vagy kondenzálódásban lévő/ folyadék áramlik, stacioner vagy instacioner módon.

A nyomottvizes energetikai reaktorok megjelenése nagy lendületet adott a kutatásnak ezen a téren. Az itt meglévő bizonytalanságokat meg kell szüntetni ahhoz, hogy gazdaságosan és biztonságosan működő reaktorokat lehessen üzemeltetni. Tágabb értelemben véve az itt leírt problémák a folyékony fém hűtésű gyorsreaktoroknál is jelentkeznek.

A nyomottvizes reaktoroknál, bár nagyon kis valószínűséggel, de előfordulhat primerkörben az egyik nagy átmérőjű cső törése, melynek elvileg súlyos következményei lehetnének. Ha a törés pl. a reaktorba belépő "hideg" vezetéken fordul elő, akkor a helyi nyomáscsökkenés és a hűtőközeg szökése miatt az áramlás az aktív zónában megáll, majd megfordul, ezért a hűtés közben erősen leromlik. Így olyan mértékű helyi túlmelegedés jöhet létre, hogy a zóna, vagy egy része megolvad, és a rádióaktív hasadási termékek kijutnak a primerkörből. Mivel ilyen balesetnek súlyos anyagi kár lenne a következménye, olyan vészhűtő rendszert kell tervezni, ami azt lehetetlenné teszi. Ehhez azonban pontosan ismerni kell, hogy hogyan zajlik a folyamat. Ahhoz, hogy a törésen kiáramló



hűtőközeg mennyiségét meghatározzuk, ismerni kell a sebesség és nyomáseloszlást az idő függvényében. Meg kell tudni, hogy milyen fizikai folyamatok zajlanak le az áramlás különböző szakaszain, melyek lesznek a domináns jelenségek, milyen egyenletrendszerek írják le ezeket, hogyan kötődnek egymásba a különböző szakaszok, s természetesen hogyan oldható meg egy-egy részfeladat.

A dolgozat természetesen nem tér ki minden probléma tárgyalására, csak azokra, melyek megoldásában részt vettem.

Az első rész a fizikai folyamatok leírásánál a számításba jövő egyenletrendszerek típusait tartalmazza; ismertettem, hogy az áramkép függvényében milyen elhanyagolások tehetők, milyen segédegyenletek szükségesek a fázisok közti kölcsönhatások leírására, milyen állapotegyenleteket használunk.

A második részben termikus egyensulyt, homogén sebesség és sűrűségeloszlást feltételező, valamint a termikus egyensulyt, de a fázisok közt sebesség- és sűrűségkülönbséget feltételező ún. slip modellt irtam le részletesebben kifejtve, egy-egy számítási példán is illusztrálva.

Itt ismertettem a kiindulás alapjait adó egyenletrendszert, annak átalakítását egy olyan formára, mely numerikusan könnyebben kezelhető. Ezután a parciális differenciálegyenletrendszer megoldására felhasznált módszer bemutatása következik, lépésenként részletezve.

A gondolatmenethez szorosan nem tartozó átalakítások, s azok eredményei a II. rész végén levő függelékben vannak.

A III. részben álló folyadékokban lezajló termikus nem egyensulyi folyamat vizsgálatára került sor. Itt, mikor egy



tartályban levő, a kezdetben magas nyomáson és hőmérsékleten levő folyadék törés miatt hirtelen a környezetbe áramolhat, a folyadék egy ideig túlhevített állapotba kerül, s a buborékképződés, forrás segítségével tér vissza az egyensúlyi állapotba. Az itt ismertetett modell alkalmas a folyamat leírására, ha a túlhevítés nem magasabb 50 °C -nál.



## I. rész

### A matematikai leírás módszere és korlátai

Az áramlást leíró matematikai modell egy egyenletrendszer, amely a kezdeti és peremfeltételeket is magába foglalja, s amelyről feltételezzük, hogy adott körülményeknél leírja a kérdéses rendszer viselkedését.

Az áramlási modell axiómákra épül - ezek a tömeg, energia és impulzus megmaradás törvényei, valamint a termodinamika második főtétele.

Az egyenletek felállítása mindig a fizikai rendszer idealizálásával és egyszerűsítésével jár. A valóságos folyadékot egy folytonos közeggel helyettesítjük, a lökéshullámokat és fázishatásokat töréses vagy szakadásos függvényekkel kell közelíteni, a változók átlagos értékeit kell használni a valóságos helyi értékek helyett.

Ez az idealizáció a modell lehetőségeit már bizonyos mértékben behatárolja. Ezenkívül különböző egyszerűsítő feltételeket is használunk, ami a matematikai részt ugyan könnyebben kezelhetővé teszi, de komoly megszorításokat eredményez a modell érvényességére. Az ilyen modelleknél a fizikai folyamatról már nem nyerünk teljes képet.

Az egyenletek felírásához szükséges a folyadék tulajdonságai közti kapcsolatot is felhasználni. Erre használjuk az állapotegyenleteket. Ezek mérési eredmények alapján készülnek, pontosak, de például a túlhevített folyadékokra nincsenek megbízható formulák.

Fizikai határfeltételek azok az egyenletek, amelyek kifejezik, hogy a tér csak egy elhatárolt részére érvényes matematikai modellünk /a folyadékot ki és beáramlási keresztmetszete, valamint a falak határolják/.



Ezeknek a pontos megadása a jelenleg általánosan használt egy térdimenziós modelleknél nem nehéz, egzaktul megadhatóak.

A rendszer állapotát a vizsgálat megkezdésekor kezdeti feltételek írják le, pl. egy cső mentén a kezdeti hőmérséklet, sebesség és nyomáseloszlás.

#### A leíráshoz használt modell felállítása

A következő lépések kellenek egy működő modell felállításához:

- a./ A megmaradási egyenletek matematikai formába öntése valamilyen idealizáció alapján;
- b./ Az áramló közeg állapotegyenleteinek felállítása;
- c./ A külső segédegységek felállítása /hőátadás, impulzusátadás, surlódás leírása/;
- d./ A kezdeti és peremfeltételek megadása.

A megmaradási egyenletek és a termodinamika második feltétele integrális formában van megfogalmazva.

Ha vizsgáljuk a  $V$  térfogatelembe az  $S$  felszinnel bezárt  $Q$  extenzív mennyiség változását  $\Delta t$  idő alatt, egy általános mérlegegyenletet lehet felállítani. A vizsgált mennyiség lehet skalár /tömeg, energia és entrópia/ vagy vektor /impulzus/.

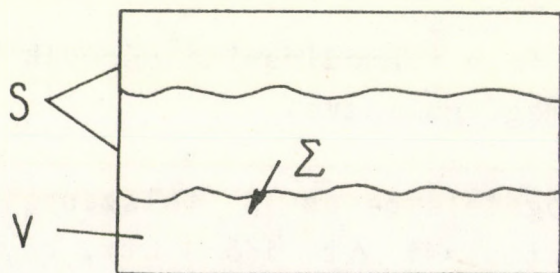
Már a  $V$  térfogatelem kiválasztásánál tudni kell, milyen lesz az áramlás képe, tartalmaz-e fázishatárokat  $/\Sigma/$  vagy nyomáshullámot, vagy a függő változók hirtelen változásait. Legyen a  $V$  elembe bezárt folyadékra átadási tag  $T$ , és a keletkezési tag  $K$ , akkor az egyenlet a következő lesz:



$$\left[ \iiint_{V(t+\Delta t)} Q_v dV + \iint_{\Sigma(t+\Delta t)} Q_\Sigma d\Sigma - \left[ \iiint_{V(t)} Q_v dV + \iint_{\Sigma(t)} Q_\Sigma d\Sigma \right] \right] =$$

$$= \int_t^{t+\Delta t} \left[ \iiint_{V(t)} K dV + \iint_{\Sigma(t)} K_\Sigma d\Sigma + \iint_{S(t)} T_v dS + \iint_{\Sigma} T_\Sigma d\Sigma \right] dt$$

Ha  $Q$  pl. energiát jelöl, az egyenlet baloldala jelenti a  $\Delta t$  idő alatti összes energiaváltozást, a baloldal első tagja a folyadékokban keletkezett energia, a második tag a felületi feszültség és deformáció miatti energiaváltozás, a harmadik tag a külső falon betáplált energia, a negyedik tag a belső felületen konvekcióval kapott energia.



Formailag analóg a másik két megmaradási egyenlet is, legfeljebb néhány tag 0 lesz.

Az egyenletek integrál formáját közvetlenül ritkán használják, különösen kétfázisú áramlásra, mert igen komplikált lenne.

Numerikus számításokra legcélszerűbb a differenciális /diszkrétizált/ forma, de úgy kell a transzformációt végrehajtani, hogy ez ne jelentsen információvesztést, bármilyen is volt  $V$  és  $\Sigma$ .

Az jelenti itt a problémát, hogy az áramlás topológiája változhat, vele a leíró egyenletek és az átlagoló operátorok is,



de elvileg ezeknek az egyenleteknek egymásba transzformálhatóknak kellene lenniök. /A gyakorlatban ez azonban nem teljesül./

Az áramlás képének /topológiájának/ hatása  
a matematikai felírásra

A valóságos esetekben a kétfázisú áramlás áramképe összetett, és sok paramétertől függ. Még egyszerű csőgeometriánál, stacioner esetben is egymás mellett több áramkép is létezhet, s mindegyiknél más emiatt a nyomáscsökkenés, hőátadás, vagy a felületek kölcsönhatása /cseppelragadás, buborékok összeolvadása vagy szétválása/.

Még egy bizonyos áramkép esetén sem lehet a valódi pontos topológiát figyelembe venni az összetettség miatt, csak közelíteni lehet - idealizált áramképek sorozatával. Ez azt jelenti, hogy itt különböző átlagoló operátorokat és átlagolt mennyiségeket kell használni, mások lesznek a falnál a surlódási és hőátadási törvényszerűségek, a fázishatárokon más lesz a tömeg, momentum és energiaátadás.

Alapvetően az áramlási kép leírásánál meg kell választani az áramlás természetét, az áramló közegek számát és relatív eloszlását, a diszkontinuitások terjedését.

Előfordul, hogy a függő változások erős diszkontinuitásait nem tudjuk kezelni /lökéshullámok/, csak a gyengéket, amelyek a deriváltakkal már leírhatók.

Elvileg a következő modelleket lehet felállítani:

a./ 1 - közeg

b./ 2 - közeg

c./ 2 - tartományos, szeparált.



- a./ Az egész áramlási tartományt egy közeg foglalja el, a fázishatárokat elhanyagoljuk. Itt a probléma a közeg átlagos tulajdonságainak meghatározása. A homogén modell a legjellemzőbb erre az esetre.
- b./ Mindkét fázis jelen van egy adott helyen bizonyos valószínűséggel, melyet a térfogattört rész ad meg /void fraction/. Itt a két közeg tulajdonságai külön-külön ismertek, a probléma a kettőjük közti átadási összefüggések megállapítása.
- c./ A legjobb példa a gyűrűs és a rétegezett /sztratifikált/ áramlás erre az esetre. A két tartomány mindegyikét egyfázisu közeg foglalja el, ezek alkotnak kölcsönhatásban levő rendszert. Bár ez talán a leggyakoribb áramkép gyors-, nagy gőztartalmu áramlásoknál, mégsem használjuk gyakran az átadási és elragadási jelenségek bizonytalan ismerete miatt.

A topológia megválasztása egyben a leíráshoz szükséges egyenletek számát is tartalmazza. Ha  $N_K$  a közegek száma és  $N_D$  az erős diszkontinuitások /pl. fázishatár/ száma, akkor az egyenletrendszer  $3(N_K + N_D)$  megmaradási egyenletből áll és

$N_K + N_D$  összefüggés írja le a termodinamika 2. törvényét /surlódás, állapotfüggvények, hőátadás/. Az utóbbiak között csak a folyadék tulajdonságait leíró állapotfüggvényekben szerepelnek parciális deriváltak. Ezért a modellek, ahol nem 3-mal osztható a megmaradási egyenletek száma, valamilyen megszorító feltételt tartalmaznak.

### Állapotegyenletek

Számuk és természetük szintén függ a topológiától, mivel a megmaradási egyenletekkel zárt rendszert kell alkotniuk.

A fizikai tulajdonságokat leíró állapotegyenleteket még kiegészítik a topológiát leíró egyenletek, mint pl. a térfogattört /void/ értékét megadó egyenlet.



A turbulencia hatásait általában nem tudjuk még közvetlenül követni, csak másodlagosan /pl. surlódás útján/. Ma még nem ismert, mennyire jelentős a turbulencia hatása a kétfázisu áramlás esetén, pl. a kritikus kiáramlásra, vagy a termikus nem-egyensúlyi folyamatokra.

Az impulzus, energia és tömegtranszport instacioner egyenleteinek használható matematikai formái ma még nem ismertek, s ez a fejlődés egyik legfontosabb akadálya.

Másik nagy probléma, hogy egyes állapotegyenletek /pl. slip, azaz void korrelációk/ olyan formában lehetnek megadva, hogy az instacioner esetet leíró, egyébként hiperbolikus megmaradási egyenletrendszer elveszitheti hiperbolicitását a változók bizonyos intervallumában, numerikus instabilitásokat okozva. Ez a kérdés is nyitott jelenleg.



### Valóságos modellek

Általában csak egy térdimenziós modell használatos ma, bár elvi nehézséget a többdimenziós felírás nem jelentene, a sebességet s impulzusokat kellene vektoriálisan felírni. Néhány kivételtől eltekintve /keresztmetszetváltozások, kritikus kiömlésnél a geometria hatásának vizsgálata/ jó közelítésnek tekinthetjük az egydimenziós modelleket.

A gyakorlatban nem szokásos a lökőshullámok terjedését sem figyelembe venni, matematikai nehézségek miatt, a transzportegyenleteket meg ismeretlenségük miatt. /Ezek a közegek közti anyag, impulzus és energiacserét írják le./

### Egy-közeg modellek

Megmaradási egyenleteik az egyfázisú áramlással azonos formájúak s a közeget három változóval jellemezhetjük, pl.  $p, u, h$ , vagy  $p, G, h$ . A modell lényegét és használhatóságát a  $\rho$  értékét adó fizikai állapotegyenlet szabja meg, a többi formája /pl. a hőátadás a falon/ azonos a legtöbb esetben.

Homogén egyensúlyi modell: a legelterjedtebb az egy-közeg modelleknél. Egy olyan közeget ír le, amely mechanikai egyensúlyban van, azaz egy adott keresztmetszetben a sebesség mindenütt, mindkét fázisnál azonos. Termikus egyensúly van a fázisok között, azaz telítési hőmérsékleten van a közeg. Így a keverék állapotegyenlete a fázisok fizikai állapotegyenletéből minden nehézség nélkül előállítható, mert a keverék fajtérfogata:  $v = v' / 1 - x + v'' x$ . Emiatt azonban a fázisátmenetnél a deriváltak szakadásosak.

A modell előnye egyszerűségében rejlik, s alacsony, vagy magas gőztartalmaknál, ahol az egyik fázis a domináns, numerikusan is jó közelítést ad.



Általánosított homogén modell: a  $\rho = \rho(h, p)$  állapotegyenletet kísérleti értékekhez illesztjük. Így lehetőség nyílik termikus nemegyensúly vagy slip figyelembevételére. Ehhez dinamikus, időfüggő tagokat kell használni, így az állapotegyenlet formális alakja

$$F(\rho, u, p, h, \frac{D\rho}{Dt}, \frac{Dp}{Dt}, \frac{Dh}{Dt}) = 0$$

ahol

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial z}$$

a Lagrange -i értelemben vett derivált.

/Ilyen esetet ismertet az utolsó fejezet a termikus nem egyensúly és a 3. a slip hatásának vizsgálatára./ Ezek a modellek még viszonylag egyszerűek, mert csak négy parciális differenciális egyenletből állnak, amelyeket pl. a primerköri tranzienseket számító programok még kezelni tudnak. Hátrányuk, hogy a lökéshullámterjedést nem írják le.

### Két-folyadék modellek

Itt a két közeg miatt két, egymással az átviteli tagokon keresztül kapcsolt megmaradási egyenletrendszer írja le a folyamatot. A fázisátmenetnél a két halmazállapot nyomására általában  $P = P_f$  írható, ha a felületi feszültség hatásától eltekintünk.

Ez a modell alkalmasabb lenne a fizikai valóság megközelítésére, de nem egyszerű a felírása, s így a megoldása sem. Csak jelentős megszorításokkal lehet felírni az egyenletrendszert.

Olyan forma is választható, hogy három, az egész keverékrendszerre jellemző differenciálegyenletet írunk fel, és három állapotegyenletet /egy slip, kettő pedig  $h'$  és  $h''$  eltérése a telítési értéktől/, melyek a fázisok közötti átadási tényező-



ket is tartalmazzák. Gyakorlatilag azonban ritka a példa arra, hogy  $h'$  és  $h''$  is eltérjen a telítési értéktől.

Különböző egyszerűsítési feltételekkel az egyenletek száma persze csökkenthető, s vele együtt a használhatóság köre is.

Attól függően, hogy hány ilyen megszorítást teszünk, másképp kell felállítani az egyenletrendszer.

a./ Három korlátozó feltétel. /Három megmaradási egyenlet/  
Legegyszerűbb eset a  $\Delta u = \Delta h' = \Delta h'' = 0$  ami a homogén modellhez vezet vissza, de  $\Delta u = \text{const}$  is lehet, de csak stacioner esetben.

b./ Két korlátozó feltétel. /Négy megmaradási egyenlet/  
Itt több eset is lehetséges attól függően, hogy a mechanikai egyensúlyt feltételezzük-e.

A modell formája lehet ún. diffúziós, amikor a fázisokra külön-külön írjuk fel a megmaradási egyenleteket. Három átviteli törvény kell, a tömegátadás a fázisok között és impulzus és energiaátadás a falon. Akkor kell használni, amikor a fázisok közti tömegátadás domináns.

Az energiaátadási modellnél a két fázisra külön-külön írjuk fel az energiaátadási egyenletet. Forrásban levő vagy kondenzálódó közeg esetén lényeges, amikor a falon keresztül történő hőátadás jelentős befolyással van a folyamatra.

Négy-átviteli összefüggés szükséges: falsurlódás, a fázisok közötti és a falnál hőátadás, és energiaátadás a fázishatáron.

c./ Egy korlátozó feltétel. /Öt megmaradási egyenlet/  
Ha feltételezzük, hogy nincs sebességkülönbség /slip/ a fázisok között, öt parciális diffúziós egyenlet marad. Ez ugy is felírható, hogy a keverékre vontkozó differenciál egyenletet + két fázisegyenletet írunk fel, amely valamelyik fázisra vonatkozik. Általában két tömeg és energiamegmaradást írunk fel és egy impulzust. Öt átadási



törvény szükséges, a falsurlódás, hőátadás a falnál és a fázisok között, tömeg- és energiaátadás a fázishatáron. Ez a modell akkor megfelelő, amikor a fázisok közti momentum-átadás elhanyagolható /kicsi a slip/.

#### Termikus nem-egyensúlyi modellek

Ha valamely fázis energiamegmaradási egyenletét elhagyjuk, öt átadási és öt megmaradási térösszefüggés segítségével az egyenletrendszer zárt lesz. Az átadási összefüggések a következők: a fázisok surlódási összefüggései a falnál, hőátadás a falnál, tömeg és impulzusátadás a fázishatároknál. Mivel a fázisok közti energiaátadást hagytuk el, amit a tömegátadás egyébként is meghatároz, ez a legjobb közelítésnek tekinthető, egy általános esetre. Az átadási összefüggések azonban nem ismertek tökéletesen. Ha a tömegátadást hagyjuk el, hat átadási összefüggés szükséges, ezért ez az eset még kevésbé számítható pontosan.

— • —

Intézetünkben a reaktorbalesetek témakörében végzett munka során az előbb felsorolt lehetőségek sorbavétele után vetődött fel az a gondolat, hogy a következő modelleket érdemes kidolgozni:

- a./ Alacsony vagy nagy gőztartalmu, közvetlenül csőtörés utáni időszakra jellemző homogén modellt. /Ez a modell a törési keresztmetszetben kialakuló áramképet is jól közelíti, kritikus kiáramlás kezelésére is használható./
- b./ Közepes  $0.1 < x < 0.9$  gőztartalmu folyadékáramlásra slip modellt, amely a csőtörés későbbi szakaszára jellemző és nagy  $L/D$  viszonyu csövekben levő áramlás leírására használható.



c./ A legelső msec-ok alatt lejátszódó nyomástranziens vizsgálatára egy termikus nem-egyensúlyi modellt.

d./ A törött csővág keresztmetszetében kialakuló áramlás leírására egy dinamikus, termikus nem-egyensúlyi modellt.

Eddig az első három pontnak megfelelő számítási modellek működnek. Ismertetésük előtt azonban ki kell térni a kótfázisu kiáramlás jelenségnékn bemutatására, amely a csőtörésnél lejátszódó gyorsstranzienseknél következik be.



## Alkalmazási tapasztalatok

### Kétfázisú kritikus kiömlés

Egyfázisú esetre a jelenség ismert és jól számítható. Kétfázisú áram esetén azonban jóval bonyolultabb az eset, nem mondható el, hogy minden áramképre jó, a kísérleteket közrelítő számítási eredmények adódnak. Ennek oka, hogy inhomogén, anizotóp közegben nem lehet egyértelműen meghatározni a hang terjedési sebességét.

A kísérletek értékelése során kiderült, hogy a termikus egyensúly kérdése a választóvonal az elméleti modellek alkalmazhatóságánál.

### Termikus egyensúlyt feltételező modellek

/Alkalmazási köre a hosszú csövek végén, közepes gőztartalomnál kialakuló kritikus kiömlés./

Még ma is széles körben használják Moody [1] és Fauske [2] modelljeit, amelyet lényegében gyűrűs /annular/ áramlásra dolgoztak ki. Az elv lényege az, hogy feltételezték, akkor lesz maximális a tömegáram értéke, ha a slip értéke a következő. Az [1] -ben a tömeg és energiamegmaradási egyenletből

$$S = \sqrt[3]{\frac{\rho_l}{\rho_g}} \quad ; \quad [2] \text{-ben a tömeg és impulzusmegmaradási egyenletből levezetve } S = \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} \quad \text{adódott.}$$

A gyakorlat bebizonyította, hogy egyik modell sem jó, mert nem felel meg az előző fejezetben ismertetett, az egyenletek felírására vonatkozó követelményeknek. Csak olyan modellek adhatnak fizikailag is helyes eredményt, amelyek mindhárom megmaradási egyenletet figyelembe veszik. Ezek a modellek csak a gőztartalomtól való függést tudták leírni, a külső nyomástól való függést már nem [1, 2.] ábra.



A mechanikai egyensúlyt is feltételező modellek a legegyszerűbbek, sőt a surlódási tényező megfelelő megválasztásával a mérések jól közelíthetők e modellek alapján. Felvetődik a kérdés, hogy a stacioner mérésekkel felvett turbulens surlódási tényezők alkalmazhatók-e instacioner áramlásoknál. Kawamura mérései és számításai szerint gyorsuló kátfázisu folyadéknál igen, lassulónál nem [3]. Mivel esetünkben mindig gyorsuló az áramlás, így a stacioner tényezőket lehetett használni.

A mérések és a számítási módszerek eredményei a 3. ábrán láthatók. / 31. old. /

#### Termikus nem-egyensúlyi modellek

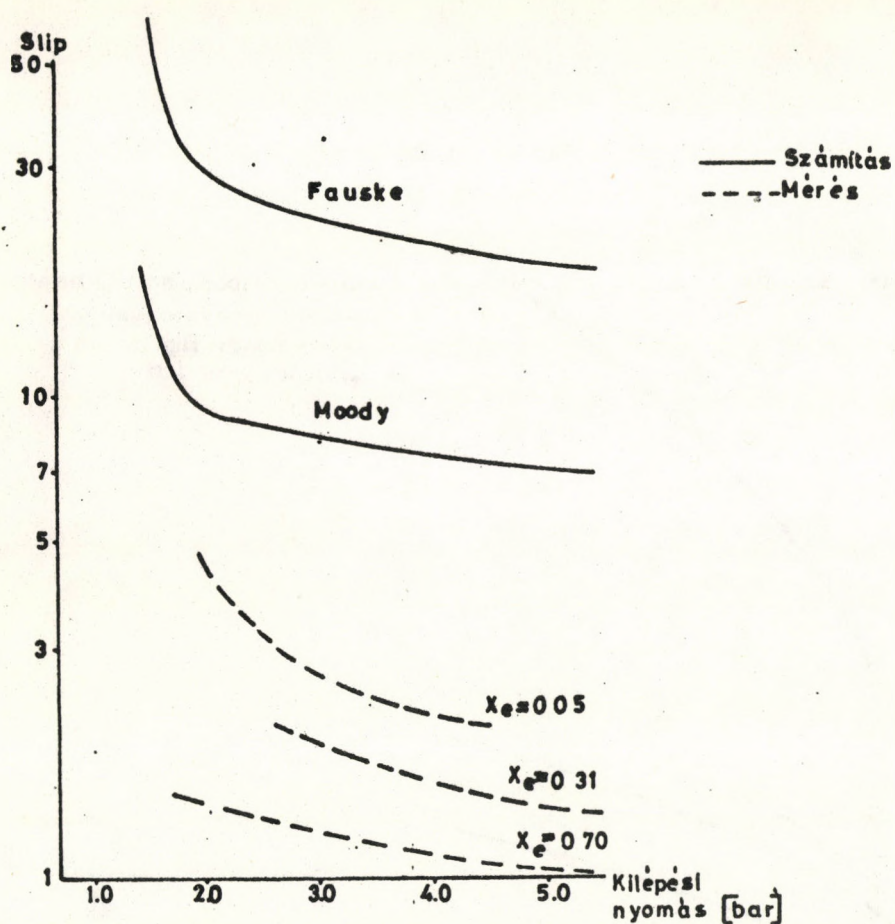
Alkalmazás: rövid csöveken /kis  $L/D$  viszonynál/, fuvókán és nyílásokon át történő kiáramlás.

A legegyszerűbb lehetőség, ha azt feltételezzük, hogy a gőz izentropikus módon tágul, de a folyadék nem párolog. Ezért nevezik ezt a számítási módszert "fagyott modell"-nek. Az eredmények azonban tulbecslik a valóságos értékeket.

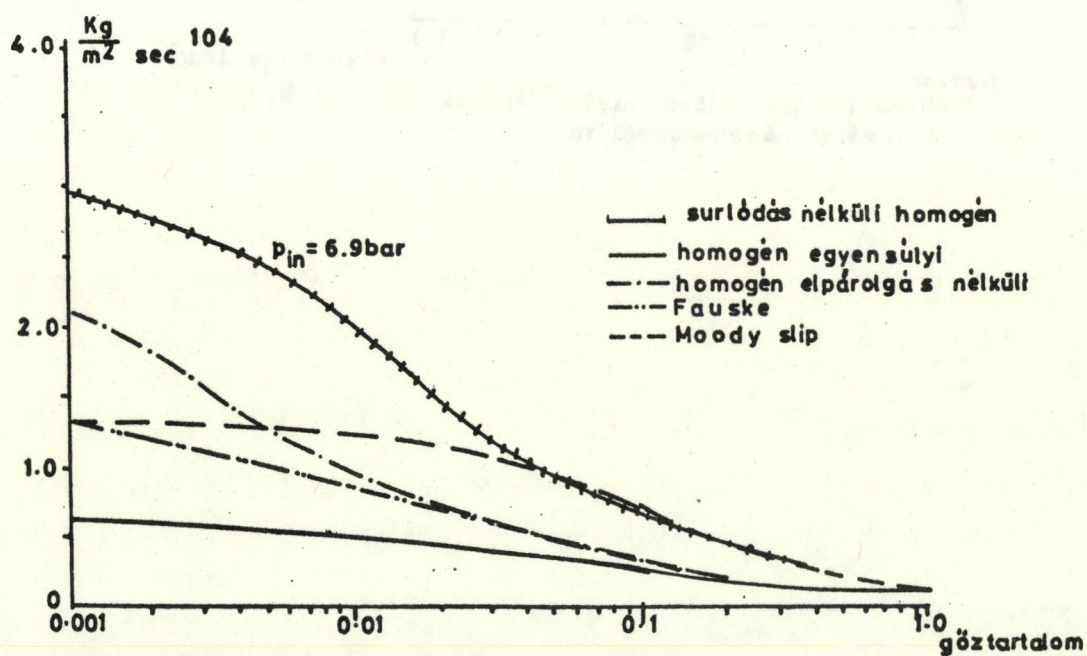
Edwards [4] modellje, amely figyelembe veszi a növekvő buborékokat, már jobb közelítést ad, de a beömlés viszonyait nem veszi figyelembe, a buborékok száma és keletkezése empirikus tényezőkkel van megadva.

Lényegében ezek a modellek egy általánosított homogén modellre vezethetők vissza, ahol a fizikai állapotegyenleteket módosították a termikus hatások figyelembevételével.





1a) A kísérleti és számítási slip értékek összehasonlítása



1b) Kritikus kiömlési modellek összehasonlítása



A mechanikai egyensúlyt is feltételező modellek a legegyszerűbbek, sőt a súrlódási tényező megfelelő megválasztásával a mérési jöel közelíthetők e modellek alapján. Felvetődik a kérdés, hogy a stacioner mérésekkel felvett turbulencia tényező alkalmazhatók-e instacioner áramlások leírására is. A válasz igenlő, ha a számítások kétfázisú folyadékban is a lassulónál, azaz a cső ki-nyílásánál mindig gyorsulási áramlás, így a stacioner tényezőket lehetett használni.

A mérések és a számítási eredmények összehasonlítása 3. ábrán látható. / 3. ábra /

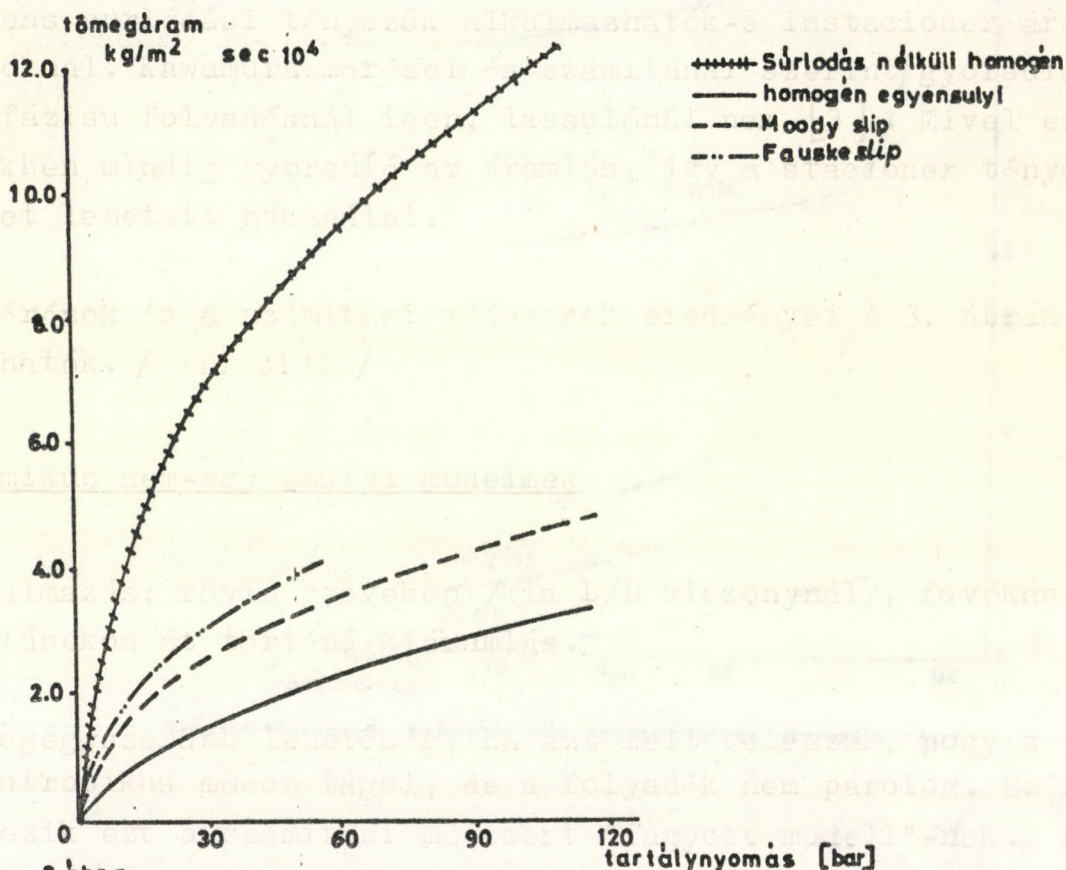
Termikus és egyensúlyi modellek

Alkalmazható: főleg akkor, ha a  $L/D$  viszonyról, fúvókán és nyílásoknál mindig áramlás.

A legegyszerűbbek lehetnek, ha azt feltételezzük, hogy a köz-  
szentrolás minden tagja, de a folyadék nem párolog. Ez a  
nevezetesen a "homogén" modell. Az

Edwards [4] modellje, amely figyelembe veszi a növekvő bub-  
berek, azaz a kétfázisú viszonyait nem  
veszi figyelembe a buborékok száma és keletkezése empirikus  
tényezőkkel van megadva.

Lényegében ezek a modellek egy általánosított homogén model-  
re vezethetők vissza, ahol a fizikai állapotegyenleteket ad-  
dosították a termikus hatások figyelembevételével.



2. ábra  
Teltett víz kiáramlása fúvókán, és csövön, az elméleti  
modellekkel összehasonlítva



## II. rész

### A homogén és slip modell

#### A homogén modell

Azonos sebességű áramlást és termikus egyensúlyt feltételezve a fázisok között, három megmaradási egyenlet írható fel.

$$\text{A tömegmegmaradás } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial z} = 0 \quad /1/$$

$$\text{Impulzus megmaradás } \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{K_c u^2}{2A} - g \sin \psi \quad /2/$$

$$\text{Energiamegmaradás } \rho \frac{\partial h}{\partial t} + \rho u \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{K_h q}{A} \quad /3/$$

Az egyenletrendszerhez tartozik még a  $\rho = \rho(p, h)$  és  $h = h(p, \rho)$  állapotfüggvény, a  $z$  hossz és idő a független változók.

Az egyenletrendszer így már zárt lenne, megoldását mégis célszerű más alakból kiindulva keresni. A problémát az jelenti, hogy a forrás kezdetekor a  $\rho$  és  $h$  értékeiben nagy változás történik, ami a numerikus számítást megzavarja. Célszerűbb ezért a  $\rho u = G$  fajlagos tömegfluxust használni és az átlagsűrűség helyett az átlag fajtérfogatot ( $V$ ).

Az átirás részleteit az AI. -es függelék részletezi.

A módosított formában az egyenletek a következő alakúak lesznek:

$$\text{Tömegmegmaradás } \frac{\partial G}{\partial z} - \frac{1}{V^2} \frac{\partial V}{\partial h} - \frac{1}{V^2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad /4/$$



Impulzusmegmaradás

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G}{\partial t} + 2v \frac{\partial G}{\partial z} + G \left( \frac{\partial v}{\partial h} \cdot \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{1}{G} \frac{\partial p}{\partial z} = -f \frac{K_c G v}{2A} - g \frac{\sin \psi}{G v} \quad /5/$$

Energiamegmaradás

$$\frac{1}{v} \frac{\partial h}{\partial t} + G \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - G v \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{K_h q}{A} \quad /6/$$

Az így előállított hiperbolikus egyenletrendszer megoldására a véges differenciák módszere a legalkalmasabb, mert változó keresztmetszet és változó peremfeltételek esetén is jó közelítést ad. Igaz, hogy nagyon egyszerű /cső/ geometriára a karakterisztikák módszere "simább" megoldást ad, azonban csak nagyon nehezen lehetne a homogén modellt így továbbfejleszteni, pl. slip modellé.

Az itt felhasznált differenciasémát Turner dolgozta ki [1] .

A séma alakja a helyszerinti deriváltra:

$$Q \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{(Q_j^n + Q_{j+1}^n)}{2} \cdot \frac{(R_{j+1}^{n+1} - R_j^{n+1})}{\Delta z} \quad /7/$$

az idő szerinti deriváltra:

$$Q \frac{\partial R}{\partial t} = \frac{Q_j (R_j^{n+1} - R_j^n) + Q_{j+1} (R_{j+1}^{n+1} - R_{j+1}^n)}{2 \Delta t} \quad /8/$$

ahol a  $Q$  a derivált együtthatója,  $R$  a változó,  $n$  index az időbeli és  $j$  a  $z$  tengelymenti lépés indexe.

Látható, hogy a séma implicit, mivel tartalmazza a változó  $R_{j+1}^{n+1}$  értékét, ezért csak iterációval lehet számolni. De az implicit sémának az az előnye megvan, hogy stabil, nincsenek olyan szigorú kritériumok az idő- és távolságlépésre.

Az egyenletek egyes tagjainak ilyen differenciasémában való felírását az A II.-es függelék tartalmazza.



### Az egyenletrendszer megoldása

Ha a  $p$ ,  $G$ ,  $h$  függő változókat egy  $\bar{Y}$  vektorba fogjuk össze, melynek együtthatói az  $\bar{A}$  és  $\bar{B}$  mátrixok lesznek, /az  $n$ -edik időpontban vett értékekkel/ akkor az egyenletrendszer alakja a következő lesz:

$$\bar{A}^n \bar{Y}_j^{n+1} + \bar{B}^n \bar{Y}_{j+1}^{n+1} = \bar{C}_j^n \quad /9/$$

Itt  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  és  $\bar{C}$  formális megadásától eltekintünk. Mivel három ismeretlenünk van,  $\bar{A}$  és  $\bar{B}$   $3 \times 3$ -as mátrix /lásd A.III. függelék/ pedig háromdimenziós vektor, a fenti egyenletekből az ismeretlen  $\bar{Y}_{j+1}^{n+1}$  vektor kifejezhető:

$$\bar{B}^n \bar{Y}_{j+1}^{n+1} = \bar{C}_j^n - \bar{A}^n \bar{Y}_j^{n+1} \quad /10/$$

ahonnan

$$\bar{Y}_{j+1}^{n+1} = (\bar{B}^n)^{-1} (\bar{C}_j^n - \bar{A}^n \bar{Y}_j^{n+1}) \quad /11/$$

és végül

$$\bar{Y}_{j+1}^{n+1} = \frac{\text{adj} \bar{B}^n}{\det \bar{B}^n} (\bar{C}_j^n - \bar{A}^n \bar{Y}_j^{n+1}) \quad /12/$$

A /9/ egyenletben szereplő  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  mátrixok és  $\bar{C}$  vektor, valamint a felhasznált állapotegyenletek felírása az A.III. függelékben található. Így a hiperbolikus differenciálegyenlet rendszer megoldása algebrai egyenletrendszer megoldására vezethető vissza. Bár a  $G$ -vel való felírásnak megvan az a hátránya, hogy az  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  és  $\bar{C}$  nem olyan egyszerű, mintha a sebességgel íránk fel, kevesebb lesz a 0 elem, de a forrás megkezdődésének helyén a változók értékében nem lesznek nagy változások.



A megoldás úgy történik, hogy felvesszük a cső mentén valamilyen tetszőleges /általában konstans/ eloszlást  $\bar{Y}$  értékeire, majd a stacioner eloszlást kiszámítjuk. Ez gyakorlatilag úgy történik, hogy konstans peremfeltételekkel több, hosszú időlépéssel a rendszerre számítást végzünk. Ekkor a nevezőben levő  $\Delta t$  nagy, így az instacioner tagok értéke a stacioner tagokhoz képest elhanyagolható. Az így előállított stacioner megoldás lesz az instacioner számítás kezdeti eloszlása  $\bar{y}$  értékeire.

Bár stacioner esetben a rendszer nem hiperbolikus, hanem elliptikus, mégis ugyanazok a számítási módszerek használhatók.

A tranziens számításához a rendszer /esetünkben csőben áramló melegedő folyadék/ határain, a ki- és belépősnél kell megadni a  $p$ ,  $G$ ,  $h$  változását, mint az idő függvényét.

A karakterisztikák elmélete szerint nem lehet egyszerre mindhárom változó értékét megadni az egyik peremnél, legfeljebb kettőt, a harmadikat a másik végén kell megadni [2]. Így a rendszer linearitását kihasználva a következő, ún. célbalövéses megoldási menetet használhatjuk:

Azon a végén, ahol két változó adott, felvesszük a harmadik változó értékét, és végigszámoljuk vele az adott időlépésben a rendszert. Ez ad valamilyen értéket, majd egy újabb, megfelelően megváltoztatott értékkel ezt a számítást megismételjük.

Lineáris interpolációval utána kiszámíthatjuk, hogy mekkorának kell felvenni a keresett harmadik változó értékét úgy, hogy a rendszer másik végén, a számítás elvégzése után pontosan az előre megadott értéket vegye fel.

Ez a módszer /a rendszer linearitását kihasználva/ lényegében három iterációval lehetővé teszi minden egyes időlépésben a változók eloszlásának számítását.

Más módszerekkel, mint pl. invariáns beágyazás [2] is megoldható a feladat, hasonló pontosságot eredményez.



Problémák merülhetnek fel akkor, amikor egyik végén zárt csőben kell számolni. Rendszerint az a megoldás, hogy határfeltételként  $\frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$  adjuk meg, ami gyakorlatilag azt jelenti,

hogy a csővégi és a vele szomszédos rácspont nyomását azonosnak vesszük.

A futtatások során numerikus instabilitásokat nem lehetett tapasztalni, s térben viszonylag durva rácseloszlás esetére /egy osztás 200 mm./ is már jól közelítették az alacsony gőztartalmaknál mért eredményeket. /3. ábra/



A 3. ábra a homogén egyensúlyi modellel elvégzett számítás összehasonlítását adja a méréssel.

A vizsgált mérési eset a következő volt: egy 2.2 m hosszú fűtött csővön víz áramlott át, a belépő adatokat a 3. ábra mutatja. A stacioner állapot beállása után, a kísérlet kezdete-kor a cső elejét, a bemenetet hirtelen elzárjuk egy "gillotine" típusu gyorszeleppel, majd a cső végét hirtelen a külső atmoszfóra felé megnyitjuk. /A szelep zárás és nyitás ideje 5-10 msec./ A fűtőtéljesítmény végig azonos értékű.

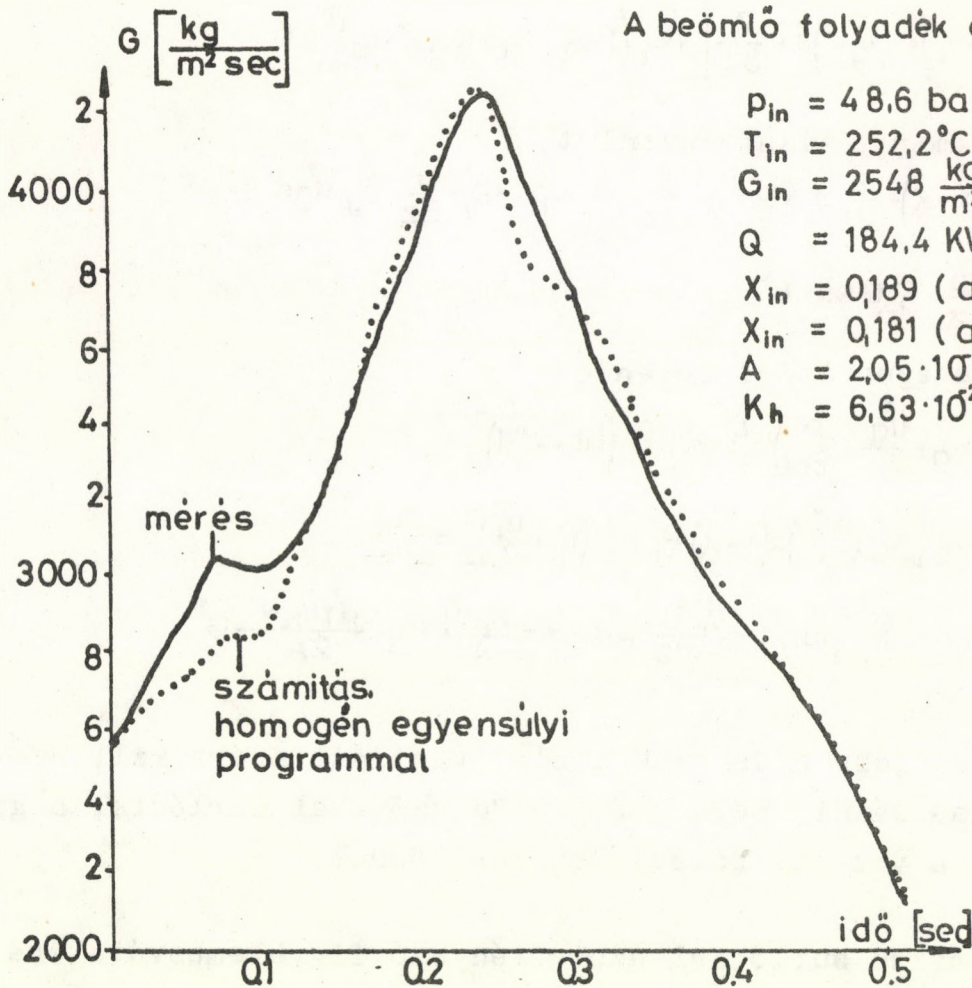
A 3. ábrán a kilépő keresztmetszetre számított és mért tömegfluxust lehet látni. Az eltérés a kezdeti fázisban jelentős, itt alábecsli az egyensúlyi modellel a  $G$  értéket. Ennek oka, hogy a  $\rho$  értéke kisebb lesz az egyensúlyi modellben, mintha a termikus nem-egyensúlyt figyelembe vennénk. 0.1 sec után a mérési görbében egy kihangsúlyozott lokális minimum van, a számításnál is megjelenik ez, de nem olyan erősen. Itt az egyik végén lezárt csőben való lökőshullámterjedés lehet a jelenség oka. Látható, hogy a számítás, mivel legfeljebb elsőrendű deriváltakkal dolgozik, nem adja ki ezt a csúcsot élesen. /Persze a mérés sem tekinthető tökéletesnek, de hogy milyen irányu a mérési hiba, az nem derült ki a forrásból./ A számítás során látszott, hogy a cső első harmadában áramlás-megfordulás jön létre, az együtthatómátrixokban előjelváltások lépnek fel és a tömegfluxus értéke negatív lesz, a cső lezárt oldalán, az első néhány elemben. A számítást ebben az esetben  $t = 5$  msec időlépésközzel hajtottuk végre. Ennél finomabb lépésköz már nem javított jelentősen az eredmény pontosságán, ennél nagyobb időlépésviszont már érezhetően rontotta ezt. A peremfeltételek a következők voltak:

$$\left. \frac{d\rho}{dz} \right|_{z=0} = 0; \rho_{in\rho} = f_1(t); \rho_{out\rho} = f_2(t)$$

A kezdeti feltételt a csőre végzett stacioner számítás adta.



### A CISE 108 C mérése



### A beömlő folyadék adatai

$$p_{in} = 48,6 \text{ bar}$$

$$T_{in} = 252,2^\circ\text{C}$$

$$G_{in} = 2548 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{sec}}$$

$$Q = 184,4 \text{ KW (állandó)}$$

$$X_{in} = 0,189 \text{ (a mérésnél)}$$

$$X_{in} = 0,181 \text{ (a számításnál)}$$

$$A = 2,05 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$K_h = 6,63 \cdot 10^2 \text{ m}$$

3. ábra



### A kétfázisú slip-modell

Ebben az esetben a két fázis sűrűségét és sebességét külön kell kezelni. A megmaradási egyenletek a következő alakban írhatók fel:

Tömegmegmaradási egyenlet

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\rho_l(1-\alpha) + \rho_g\alpha)] + \frac{\partial}{\partial z} [(\rho_l(1-\alpha) u_l + \rho_g\alpha u_g)] = 0$$

Az impulzusmegmaradási egyenlet

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_l u_l (1-\alpha) + \frac{\partial}{\partial t} \alpha \rho_g u_g + \frac{\partial}{\partial z} \rho_l u_l^2 (1-\alpha) + \frac{\partial}{\partial z} \rho_g u_g^2 \alpha = \\ - \frac{\phi^2 G^2 z}{2 \rho D} - \frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \sin \psi \end{aligned}$$

Az energiamegmaradási egyenlet

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \alpha \rho_g \left( h_g + \frac{u_g^2}{2} - \frac{p}{\rho_g \alpha} \right) + (1-\alpha) \rho_l \left( h_l + \frac{u_l^2}{2} \right) \right] + \\ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \alpha \rho_g u_g \left( h_g + \frac{u_g^2}{2} \right) + (1-\alpha) \rho_l u_l \left( h_l + \frac{u_l^2}{2} \right) \right] = \\ = - G g \cdot \sin \psi - \frac{\partial}{\partial z} p u_l (1-\alpha) - \frac{\partial}{\partial z} p u_g \alpha + \frac{k_n q \cdot u_l}{A} \frac{\phi^2 k_n v'}{2A} G^2 \end{aligned}$$

Az egyenlet jobb oldalának utolsó tagjánál azért kell az  $f$  értékét használni, mert a fal a folyadékkal surlódik, a gőzbuborékok a vezeték belsejében sűrűsödnek.

A  $\phi^2$  kétfázisú surlódási szorzótényező figyelembevételére

$$\phi^2 = 1 + 2390 \frac{(x \cdot 10^5)^{0.96}}{p}$$

alakú, és az egyfázisú tényezőre az  $f = 0,079 Re^{-1/4}$  kifejezést használtuk.

Ugyanaz a numerikus probléma merül fel itt is, mint a homogén modellnél, azaz a forráshatárnál a sűrűség deriváltja szakadásos, azzal súlyosbitva, hogy a sebességeknél is



használó lesz a helyzet. Ezért ismét célszerű olyan függő változókat használni, ahol nem várható numerikus instabilitás.

Ezért a  $p$ ,  $G$ ,  $x$ , a nyomás, a tömegfluxus és a gőztartalom értékét érdemes használni.

Az átiráshoz felhasznált alapösszefüggések a következők:

$$v' = \frac{1}{\rho_l} ; v'' = \frac{1}{\rho_g} \quad Gx = \alpha \rho_g u_g ; G(1-x) = (1-\alpha) \rho_l u_l$$

Az átalakítás után a következő formájú lesz az egyenletrendszer:

(Az átalakítás összes lépése helyett az energiaegyenlet bal oldalának átrendezését mutatjuk be, mivel az a legbonyolultabb./Lásd B függelék./)

Tömegmegmaradási egyenlet:

$$\frac{\partial G}{\partial z} \left( \frac{1}{v''} - \frac{1}{v'} \right) \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial \alpha}{\partial x} \left( \frac{1}{v''} - \frac{1}{v'} \right) \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial t} \left[ \left( \frac{1}{v'} - \frac{1}{v''} \right) \frac{\partial \alpha}{\partial p} - \frac{\alpha}{v''^2} \frac{\partial v''}{\partial p} - \frac{1-\alpha}{v'^2} \frac{\partial v'}{\partial p} \right] = 0$$

Impulzusmegmaradási egyenlet:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial G}{\partial t} + 2G \left[ \frac{(1-x)^2 v'}{1-\alpha} + \frac{x^2 v''}{\alpha} \right] \frac{\partial G}{\partial z} + G^2 \left[ \frac{2xv''}{\alpha} - \frac{2v'(1-x)}{1-\alpha} \right] \frac{\partial x}{\partial z} - \\ & - \left[ \frac{x^2 v''}{\alpha^2} - \frac{(1-x)^2 v'}{(1-\alpha)^2} \right] \frac{\partial \alpha}{\partial z} + \frac{x^2}{\alpha} \frac{\partial v''}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{(1-x)^2}{1-\alpha} \frac{\partial v'}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} = \\ & = - \frac{f \phi v' k_h G^2}{2A} - g \left( \frac{\alpha}{v''} + \frac{(1-\alpha)}{v'} \right) \sin \psi \end{aligned}$$



Energiamegmaradási egyenlet

$$\begin{aligned}
 & -G^3 \left[ \frac{x^3 v''^2}{\alpha^3} - \frac{v'^2 (1-x)^3}{(1-\alpha)^3} \right] \frac{\partial \alpha}{\partial z} + \left[ \frac{h''}{v''} - \frac{h'}{v'} - \frac{G^2 x^2 v''}{2 \alpha^2} + \frac{G^2 (1-x)^2 v'}{2 (1-\alpha)^2} \right] \frac{\partial \alpha}{\partial t} - \\
 & - \frac{\partial P}{\partial t} + G \left[ \frac{x^2 v''}{\alpha} + \frac{(1-x)^2 v'}{1-\alpha} \right] \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{3}{2} G^3 \left[ \frac{x^2 v''^2}{\alpha^2} - \frac{v'^2 (1-x)^2}{(1-\alpha)^2} \right] \frac{\partial x}{\partial z} + \\
 & + \left[ h' x + h'' (1-x) + \frac{3}{2} G^2 \left( \frac{v''^2 x^3}{\alpha^2} + \frac{v'^2 (1-x)^3}{(1-\alpha)^2} \right) \right] \frac{\partial G}{\partial z} + \\
 & + G^2 \left[ \frac{x v''}{\alpha} - \frac{v' (1-x)}{1-\alpha} \right] \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{1-\alpha}{v'} \frac{\partial h'}{\partial t} + \frac{\alpha}{v''} \frac{\partial h''}{\partial t} + G(1-x) \frac{\partial h'}{\partial z} + \\
 & + G x \frac{\partial h''}{\partial z} + G (h'' - h') \frac{\partial x}{\partial z} + \left( \frac{G^2 x^2}{2 \alpha} - \frac{h'' \alpha}{v''^2} \right) \frac{\partial v''}{\partial t} + \frac{G^3 x^3 v''}{\alpha^2} \frac{\partial v''}{\partial z} + \\
 & + \left[ \frac{G^2 (1-x)^2}{2 (1-\alpha)} - \frac{h' (1-\alpha)}{v'^2} \right] \frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{G^3 (1-x)^3 v'}{(1-\alpha)^2} \frac{\partial v'}{\partial z} = \\
 & = - \left[ \frac{\partial P}{\partial z} \left\{ G \left[ x \left( p \frac{\partial v''}{\partial p} + v'' \right) + (1-x) \left( p \frac{\partial v'}{\partial p} + v' \right) \right] \right\} + \right. \\
 & + p G (v'' - v') \frac{\partial x}{\partial z} + p [v' (1-x) + v'' x] \frac{\partial G}{\partial z} \left. \right] - G g \sin \psi + \\
 & + \frac{K_n q}{A} + \frac{v'^2 \phi^2 f (1-x) K_n}{2 A (1-\alpha)} G^3
 \end{aligned}$$



A homogén modellben már használt állapotjelző deriváltakon kívül fel kell még használni a  $\frac{\partial \alpha}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \alpha}{\partial G}$  és  $\frac{\partial \alpha}{\partial p}$  deriváltakat is. Mivel itt a két fázist külön kell kezelni, a három megmaradási egyenlet és az állapotegyenlet kevés, szükséges még egy összefüggés, ami az  $S = \frac{u_2}{u_1}$  hányadost adja meg  $s = s/p, G, x$  formában, vagy mivel sebességet nem használunk,  $\alpha = \alpha(p, G, x)$  alakban. Ebből az összefüggésből lehet meghatározni a fenti deriváltakat is.

Ilyen összefüggés a CISE által, mérések segítségével készült korreláció, amelynek alakja a következő

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{1-x}{x} \left\{ 1 + \frac{0.844}{\sqrt[3]{G/G_0}} \left( 1 - \frac{p}{p_{crit}} \right) \left( \frac{x}{1-x} \frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0.393} \right\} + 1$$

Ahol

$$G_0 = 10^3 \frac{kg}{m^2 sec}$$

Az egyenletrendszer így már zárt és megoldható. A megoldáshoz ugyanazt a módszert választottuk, mint a homogén egyenletrendszernél, elvileg semmilyen változtatást nem kell végrehajtani. Hasonló módon felírva a rendszermátrixot, ugyanaz a megoldási menet követhető.



A 4. ábrán a slip modellel végrehajtott számítás látható, mérőssel összehasonlítva. Több számítási eredmény látható, ezek más-más időlépéssel és differenciasémával készültek.

A vizsgált eset itt egy teljesítménytranzienst, amikor a bemenet és a kimenet ugyanugy nyitva marad, de a fűtőteltjesítményt egy  $Q = Q/t$  függvény szerint változtatjuk. A számítás jól közelíti jellegre a mérést, az abszolutszámoknál viszont már elég nagy az eltérés. /A kísérletet végző CISE intézet saját számításaival nagyon jól megegyeznek a számított eredmények. Lehetséges, hogy a drag-disc módszerrel végzett mérés nem adott pontos eredményt, mivel ez nagyon érzékeny az áramképre./

A számítás során nyilvánvalóvá vált, hogy a Turner séma itt hajlamos instabilitásra. Csak a függő változók értékeinek idő szerinti kétszeres átlagolása után adódott az un. stabil eredmény. Ez azt jelenti, hogy a lökéshullámokat még jobban elkerülni ez a módszer. Még további munkát igényel egy, az áramlás-megfordulás esetén is stabil módszer. Az is nyitott kérdés, hogy a slip formula alakja matematikailag megfelelő-e.



# CISE 70PT mérése

$$p_{in} = 49,1 \text{ bar}$$

$$T_{in} = 253,8^\circ\text{C}$$

$$G_{in} = 696 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{ sec}}$$

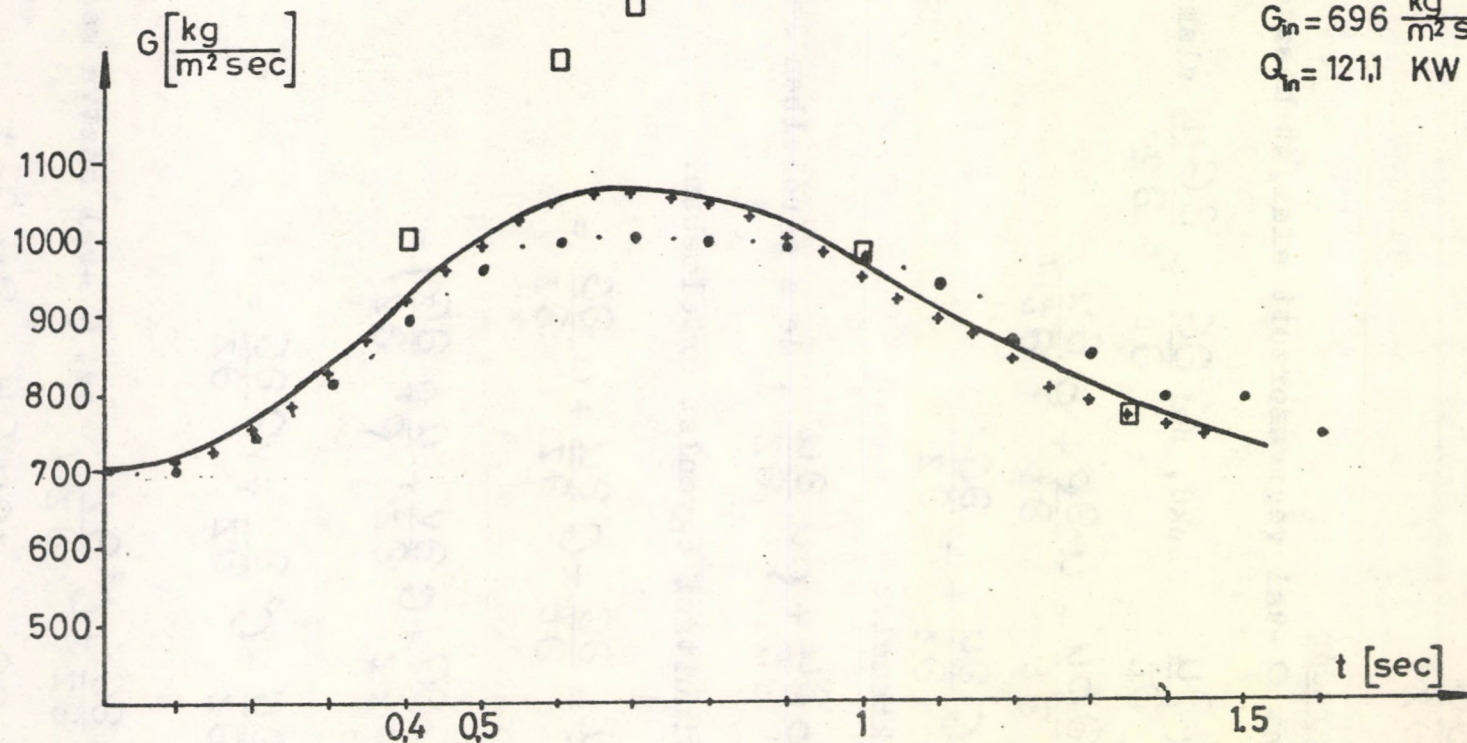
$$Q_{in} = 121,1 \text{ KW}$$

$$\Delta t = 0,01 \text{ sec}$$

$$\Delta t = 0,1 \text{ sec}$$

— CISE számítás

□ CISE mérés



Teljesítménytranziens.  
állandó  $G_{in}$ ,  $X_{in}$ , és  $p_{out}$  esetére

4. ábra



A I. függelék

A megmaradási egyenletek átalakítása

Tömegmegmaradás

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \frac{1}{v}}{\partial t} = -\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{v^2} \left( \frac{\partial v}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial z} = \frac{\partial G}{\partial z}$$

Impulzusmegmaradás

Ha az egyenlet  $\rho$ -val végigszorozott alakját használjuk, akkor

az  $\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial z}$  alakú, ami  $\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial G u}{\partial z}$  alakra hozható,

mert  $\frac{\partial G}{\partial t} = \frac{\partial \rho u}{\partial t} = u \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial t};$

$$\frac{\partial G u}{\partial z} = G \frac{\partial u}{\partial z} + u \frac{\partial G}{\partial z}$$

rendezve és kiemelve

$$u \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial z} \right) + \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial z}, \text{ de a zárójelben levő összeg}$$

nulla a kontinuitási egyenlet értelmében.

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial G u}{\partial z} = \frac{\partial G}{\partial t} + G \frac{\partial u}{\partial z} + u \frac{\partial G}{\partial z} =$$

$$= \frac{\partial G}{\partial t} + G \left( v \frac{\partial G}{\partial z} + G \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u \rho}{\rho} \frac{\partial G}{\partial z} \right) =$$

$$= \frac{\partial G}{\partial t} + G v \frac{\partial G}{\partial z} + G^2 \frac{\partial v}{\partial z} + v G \frac{\partial G}{\partial z} =$$

$$= \frac{\partial G}{\partial t} + 2 v G \frac{\partial G}{\partial z} + G^2 \frac{\partial v}{\partial z}; \text{ ezt } G \text{ -vel osztva kapjuk:}$$

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G}{\partial t} + 2 v \frac{\partial G}{\partial z} + G \left( \frac{\partial v}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)$$



### Energiaegyenlet

Az egyenlet bal oldala  $\rho \frac{\partial h}{\partial t} + \rho u \frac{\partial h}{\partial z}$  alakú, ez átírható

$$\frac{\partial h \rho}{\partial t} + \frac{\partial G h}{\partial z} \quad \text{alakra, mert}$$

$$\frac{\partial h \rho}{\partial t} + \frac{\partial G h}{\partial z} = h \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial h}{\partial t} + G \frac{\partial h}{\partial z} + h \frac{\partial G}{\partial z}$$

az első és a negyedik tag összege a kontinuitási egyenlet értelmében nulla, így

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + G \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{1}{v} \frac{\partial h}{\partial t} + G \frac{\partial h}{\partial z}, \quad \text{végül visszahelyettesítve:}$$

$$\frac{1}{v} \frac{\partial h}{\partial t} + G \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial t} + G v \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{K_h}{A} q$$



A számításokhoz a következő állapotfüggvényeket és deriváltjaikat kellett felhasználni:

$$h' = h'(p); \quad h'' = h''(p); \quad v' = v'(p); \quad v'' = v''(p)$$

$$\left. \frac{\partial v}{\partial h} \right|_h; \quad \left. \frac{\partial v}{\partial h} \right|_p; \quad \frac{dh'}{dp}; \quad \frac{dv'}{dp}; \quad \frac{dv''}{dp}$$

A  $\frac{\partial v}{\partial h}$  számítására a  $\frac{\partial v}{\partial h} = \frac{v'' - v'}{r(p)}$  összefüggés használható /ahol  $r(p)$  a párolgáshő/ a következők miatt:

$$v = (1-x)v' + xv''$$

$$\left. \frac{\partial v}{\partial h} \right|_p = \frac{\partial v'}{\partial p} + \left[ (v'' - v') \frac{\partial x}{\partial h} + x \frac{\partial (v'' - v')}{\partial h} \right]$$

mivel  $\left. \frac{\partial v''}{\partial h} \right|_p = \left. \frac{\partial v'}{\partial h} \right|_p = 0$

a fenti összefüggés adódik.

A  $\left. \frac{\partial v}{\partial h} \right|_p$  derivált számítása is hasonlóan történik:

$$\left. \frac{\partial v}{\partial h} \right|_p = \frac{\partial v'}{\partial p} + \left[ (v'' - v') \frac{\partial x}{\partial p} + x \frac{\partial (v'' - v')}{\partial p} \right]$$

Rendezve és az előzőeket felhasználva:

$$\left. \frac{\partial v}{\partial p} \right|_h = x \left[ \frac{\partial v''}{\partial p} + \frac{v'' - v'}{r} \left( \frac{\partial h'}{\partial p} - \frac{\partial h'}{\partial p} \right) \right] + \frac{v'' - v'}{r} \frac{\partial h'}{\partial p}$$



A II. függelék

A kontinuitási egyenlet tagjainak a differenciaséma szerinti felbontása a következő:

$$\left(-\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial h}\right) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\left(\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial h}\right)_j^n (h_j^{n+1} - h_j^n) + \left(\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial h}\right)_{j+1}^n (h_{j+1}^{n+1} - h_{j+1}^n)}{2\Delta t}$$

$$\left(-\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial p}\right) \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\left(\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial p}\right)_j^n (p_j^{n+1} - p_j^n) + \left(\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial p}\right)_{j+1}^n (p_{j+1}^{n+1} - p_{j+1}^n)}{2\Delta t}$$

$$\frac{\partial G}{\partial z} = \frac{G_{j+1}^{n+1} - G_j^{n+1}}{\Delta z}$$

Az impulzusmegmaradási egyenlet tagjai:

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G}{\partial t} = \frac{\frac{1}{G_j^n} (G_j^{n+1} - G_j^n) + \frac{1}{G_{j+1}^n} (G_{j+1}^{n+1} - G_{j+1}^n)}{2\Delta t}$$

$$2v \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{(v_j^n + v_{j+1}^n) (G_{j+1}^{n+1} - G_j^{n+1})}{\Delta z}$$

$$\left(G \frac{\partial v}{\partial p} + \frac{1}{G}\right) \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\left[G \frac{\partial v}{\partial p} + \frac{1}{G}\right]_j^n + \left[G \frac{\partial v}{\partial p} + \frac{1}{G}\right]_{j+1}^n}{2\Delta z} (p_{j+1}^{n+1} - p_{j+1}^n)$$

$$G \frac{\partial v}{\partial n} \frac{\partial n}{\partial z} = \frac{\left[\left(G \frac{\partial v}{\partial n}\right)_j^n + \left(G \frac{\partial v}{\partial n}\right)_{j+1}^n\right] (h_{j+1}^{n+1} - h_j^{n+1})}{2\Delta z}$$

Az energiamegmaradási egyenlet tagjainak átirása:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\frac{1}{v_j^n} (h_j^{n+1} - h_j^n) + \frac{1}{v_{j+1}^n} (h_{j+1}^{n+1} - h_{j+1}^n)}{2\Delta t}$$

$$G \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{(G_j^n + G_{j+1}^n) (h_{j+1}^{n+1} - h_j^{n+1})}{2\Delta z}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{(p_j^{n+1} - p_j^n) + (p_{j+1}^{n+1} - p_{j+1}^n)}{2\Delta t}$$

$$-Gv \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{[(Gv)_j^n + (Gv)_{j+1}^n] (p_{j+1}^{n+1} - p_j^{n+1})}{2\Delta z}$$



A III. függelék

$$\bar{A} = \left[ \begin{array}{ccc} \left( -\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial p} \right)_j^n & -\frac{1}{\Delta z} & \left( -\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial h} \right)_j^n \\ \left( G \frac{\partial v}{\partial p} + \frac{1}{G} \right)_j^n \left( G \frac{\partial v}{\partial p} + \frac{1}{G} \right)_{j+1}^n & \frac{1}{G_j^n} \frac{1}{2\Delta t} - \frac{v_j^n}{\Delta z} + \frac{f K_c v_j^n}{4A} & \left( G \frac{\partial v}{\partial h} \right)_j^n + \left( G \frac{\partial v}{\partial h} \right)_{j+1}^n \\ \left( G v_j^n + \frac{1}{G v_j^n} \right)_{j+1}^n - \frac{1}{2\Delta z} & 0 & \frac{1}{v_j^n} \frac{1}{2\Delta t} - \frac{G_j^n + G_{j+1}^n}{2\Delta x} \end{array} \right]$$



$$\bar{B} = \left[ \begin{array}{c} \frac{\left(-\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial p}\right)_j^n}{2 \Delta t} \\ \frac{1}{\Delta z} \\ \frac{\left(-\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial h}\right)_{j+1}^n}{2 \Delta t} \\ \frac{\left(G \frac{\partial v}{\partial p} + \frac{1}{G}\right)_j^n}{2 \Delta z} + \frac{\left(G \frac{\partial v}{\partial p} + \frac{1}{G}\right)_{j+1}^n}{2 \Delta z} + \frac{1}{G_{j+1}^n 2 \Delta t} + f \frac{K_c v_{j+1}^n}{4A} - \frac{\left(G \frac{\partial v}{\partial h}\right)_j^n}{2 \Delta z} + \frac{\left(G \frac{\partial v}{\partial h}\right)_{j+1}^n}{2 \Delta z} \\ - \frac{\left(G v_j\right)^n + \left(G v_{j+1}\right)^n}{2 \Delta z} - \frac{1}{2 \Delta t} \\ 0 \\ \frac{1}{v_{j+1}^n 2 \Delta t} + \frac{G_j^n + G_{j+1}^n}{2 \Delta z} \end{array} \right]$$



$$\bar{C} = \left[ \begin{array}{c} \frac{\left( \frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial h} \right)_j^n h_j^n - \left( \frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial h} \right)_{j+1}^n h_{j+1}^n - \left( \frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial p} \right)_j^n p_j^n - \left( \frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial p} \right)_j^n p_{j+1}^n}{2 \Delta t} \\ \\ \frac{2q \sin \psi}{v_j^n + v_{j+1}^n} - \frac{G_{j+1}^n}{2 \Delta t} \\ \\ \frac{K h q_{av}}{A} - \frac{p_j^n}{\Delta t} + \frac{1}{2 \Delta t} \left( \frac{h_j^n}{v_j^n} + \frac{h_{j+1}^n}{v_{j+1}^n} \right) \end{array} \right]$$



Az egyenlet bal oldalának átalakítása

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} \left[ \alpha \rho_g \left( h_g + \frac{u_g^2}{2} \right) - p + (1-\alpha) \rho_l \left( h_l + \frac{u_l^2}{2} \right) \right] \frac{\partial}{\partial z} \left[ \alpha \rho_g v_g \left( h_g + \frac{u_g^2}{2} \right) + \right. \\
 & \left. + (1-\alpha) \left( h_l + \frac{u_l^2}{2} \right) \rho_l v_l \right] = \frac{\partial}{\partial t} \alpha \rho_g h_g + \frac{\partial}{\partial t} \frac{G^2 x^2}{2 \alpha \rho_g} + \frac{\partial}{\partial t} (1-\alpha) \rho_l h_l + \\
 & + \frac{\partial}{\partial t} \frac{G^2 (1-x)^2}{2 \rho_l (1-\alpha)} - \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} G x h_g + \frac{\partial}{\partial z} \frac{G^3 x^3}{2 \alpha^2 \rho_g^2} + \frac{\partial}{\partial z} G (1-x) h_l + \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \frac{G^3 (1-x)^3}{\rho_l^2 (1-\alpha)^2 2} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\alpha h''}{v''} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{G^2 x^2 v''}{2 \alpha} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{(1-\alpha) h'}{v'} + \\
 & + \frac{\partial}{\partial t} \frac{G^2 (1-x)^2 v'}{2 (1-\alpha)} - \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} G x h'' + \frac{\partial}{\partial z} \frac{G^3 x^3 v''^2}{2 \alpha^2} + \frac{\partial}{\partial z} G (1-x) h' + \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \frac{G^3 (1-x)^3 v'^2}{(1-\alpha)^2 2} = \frac{\alpha}{v''} \frac{\partial h''}{\partial t} + \frac{h''}{v''} \frac{\partial \alpha}{\partial t} - \frac{h'' \alpha}{v''^2} \frac{\partial v''}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{G^2 x^2}{\alpha} \frac{\partial v''}{\partial t} + \right. \\
 & + \frac{2 G x^2}{\alpha} \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{2 x G^2 v''}{\alpha} \frac{\partial x}{\partial t} - \frac{G^2 x^2 v''}{\alpha^2} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \Big) - \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{v'} \frac{\partial h'}{\partial t} - \\
 & - \frac{h'}{v'^2} \frac{\partial v'}{\partial t} \left( \frac{\alpha}{v'} \frac{\partial h'}{\partial t} - \frac{h' \alpha}{v'^2} \frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{h'}{v'} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \right) + \frac{G^2 (1-x)^2}{2 (1-\alpha)} \frac{\partial v'}{\partial t} + \\
 & + \frac{(1-x)^2 v' G}{1-\alpha} \frac{\partial G}{\partial t} - \frac{G^2 v' (1-x)}{1-\alpha} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{G^2 (1-x)^2 v'}{2 (1-\alpha)^2} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \\
 & + G x \frac{\partial h''}{\partial x} + h'' x \frac{\partial G}{\partial z} + G h'' \frac{\partial x}{\partial z} + G (1-x) \frac{\partial h'}{\partial z} + h' (1-x) \frac{\partial G}{\partial z} - \\
 & - h' G \frac{\partial}{\partial z} + \frac{3}{2} \frac{G^3 x^2 v''^2}{\alpha^2} \frac{\partial x}{\partial z} + \frac{3}{2} \frac{G^2 x^3 v''^2}{\alpha^2} \frac{\partial G}{\partial z} + \frac{G^3 x^3 v''}{\alpha^2} \frac{\partial v''}{\partial z} - \\
 & - \frac{G^3 x^3 v''^2}{\alpha^3} \frac{\partial \alpha}{\partial z} + \frac{3}{2} \frac{G^2 v'^2 (1-x)^3}{(1-\alpha)^2} \frac{\partial G}{\partial z} - \frac{3}{2} \frac{G^3 (1-x)^2 v'^2}{(1-\alpha)^3} \frac{\partial x}{\partial z} + \\
 & + \frac{G^3 (1-x)^3 v'}{(1-\alpha)^2} \frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{G^3 (1-x)^3 v'^2}{(1-\alpha)^3} \frac{\partial \alpha}{\partial z} =
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & - \frac{G^3 x^3 v''^2}{\alpha^3} + \frac{G^3 (1-x)^3 v'^2}{(1-\alpha)^3} \frac{\partial \alpha}{\partial z} + \left( \frac{h''}{v''} - \frac{h'}{v'} - \frac{G^2 x^2 v''}{2 \alpha^2} + \frac{G^2 (1-x)^2 v'}{2 (1-\alpha)^2} \right) \frac{\partial \alpha}{\partial t} - \\
 & - \frac{\partial p}{\partial t} + G \left( \frac{(1-x)^3 v'}{1-\alpha} + \frac{x^3 v''}{\alpha} \right) \frac{\partial G}{\partial t} + \left[ h'(1-x) + h''x + \frac{3}{2} G^2 \left( \frac{x^3 v''^2}{\alpha^2} + \frac{(1-x)^3 v'^2}{(1-\alpha)^2} \right) \right] \\
 & \frac{\partial G}{\partial z} + \left[ \frac{3}{2} G^3 \left( \frac{x^2 v''^2}{\alpha^2} - \frac{v'^2 (1-x)^2}{(1-\alpha)^2} \right) + G (h'' - h') \right] \frac{\partial x}{\partial z} + G^2 \left( \frac{x v''}{\alpha} - \frac{v' (1-x)}{1-\alpha} \right) \frac{\partial x}{\partial t} + \\
 & + \frac{1-\alpha}{v'} \frac{\partial h'}{\partial t} + \frac{\alpha}{v''} \frac{\partial h''}{\partial t} + G(1-x) \frac{\partial h'}{\partial z} + Gx \frac{\partial h''}{\partial z} + \left( \frac{1}{2} \frac{G^2 x^2}{\alpha} - \frac{h'' \alpha}{v''^2} \right) \frac{\partial v''}{\partial t} + \\
 & + \frac{G^3 x^3 v''}{\alpha^2} \frac{\partial v''}{\partial z} + \left( \frac{G^2 (1-x)^2}{2 (1-\alpha)} - \frac{h' (1-\alpha)}{v'^2} \right) \frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{G^3 (1-x)^3 v'}{(1-\alpha)^2} \frac{\partial v'}{\partial z}
 \end{aligned}$$



### III. rész

#### A termikus nem-egyensúlyi folyamat

A tartályokon végzett kísérleteknél egy váratlan jelenséget találtak, közvetlenül a törés pillanata után, a nyomáslefutásban. A nyomás egy kis időre az adott hőmérséklethez tartozó telítési értékre alá esik, majd ismét visszatér az egyensúlyi értékre /1. ábra/. A termikus nem-egyensúly oka az, hogy a buborékba a hőenergia egy bizonyos kóssal jut, mert a hővezetési tényező véges, ez kóssá okoz a gőzfejlődésben. Ezért a jelenség vizsgálatánál a buborékokat és azok növekedését befolyásoló tényezőket kell figyelemmel kísérni. A módszer nem csak tartályokra, hanem nagy átmérőjű csővezetőkre is alkalmazható, ahol elegendő folyadékmennyiség áll rendelkezésre, hogy ez a jelenség lejátszódjon.

A feladat az, hogy a nyomáslefutást számítsuk a jelenséget befolyásoló paraméterek függvényében. Azok a paraméterek fontosak, amelyek a buborékok számát, növekedését és elszakadását befolyásolják.

Amikor a folyadék tulhűtött állapotban van, nincsenek lebegő buborékok. A buborékok keletkezési helyei ezért a falnak azok a felületi egyenetlenségei és üregei /lásd 2. ábra/, ahová a folyadék nem tud behatolni. Homogén nukleáció tiszta vízben kis tulhevitéseknél még nem jöhet létre. /Lásd C.I, II függelék./

A probléma megoldása két fő részre osztható:

- 1./ a törés után fellépő minimális nyomásérték számítása;
- 2./ a nyomás alakulásának számítása az előbbi értékből kiindulva, - amíg az egyensúlyi érték be nem áll.

Az ismertetésre kerülő számítási modell a következő feltételekre épült: a folyadékfázis kompresszibilitása elhanyagolható, a tartály falai adiabatikusak és merevek, a folyadék tartal-



mazhat oldott levegőt, és kezdetben aláhütött. A folyadék viszkozitása elhanyagolható amikor a buborék növekedését számítjuk, de a falról leszakadt és emelkedő buboréknál nem.

Ezek a feltételek nem jelentenek komoly megszorításokat.

#### A nyomásminimum értékének számítása

Egy törés után a folyadék nyomás a környezet nyomására esne vissza, s ez a hatás helyi hangsebességgel terjed. Buborékképződés miatt azonban egy minimális nyomás alá nem esik ez az érték, sőt visszaemelkedik a telítési értékre. Ezt az értéket  $p_{\min}$ -t a buborékok keletkezési mechanizmusának ismeretében kiszámítjuk meg.

A buborékképzés helye a falakon található. Apró üregek és karcolások /ezredmiliméteres nagyságrendben vannak/, melyek a legjobb minőségű felületeknél is megtalálhatók. Szilárd lebegő szennyeződés is lehet buborékképző, de ezeknél azonos a mechanizmus, mint a falnál. Meg kell vizsgálni az oldott gáz hatását, amely a buborék belső nyomását befolyásolhatja.

A törés után a nyomás a telítési nyomás értéke alá zuhan, így túlhevített lesz a folyadék, azaz termikusan instabil. Üvegedényben, nagyon tiszta víz esetén  $50^{\circ}\text{C}$  értéket is elérhet a túlhevítés, még 1-2 sec időre is, ha nincs buborékképző hely a rendszerben. A maximális értéket Briggs adta meg a [6.] irodalomban.

A továbbiakban most hipotézisként feltételezzük, hogy az összes buborék a falon keletkezik.

A következő paraméterek hatását vesszük figyelembe: kezdeti nyomás és hőmérséklet, üreg és buborékcsira méret eloszlás, az oldott gázok parciális nyomása, a felületi feszültség.

A falban lévő viszonylag nagy üregeket előnti a folyadék, azonban van egy küszöbérték, az ez alattiakat már nem. Feltételeztük, hogy ezek az esetek a 4.a és 4.b ábráknak felelnek meg, eloszlásfüggvényüket a 4.c ábra mutatja.



Az aktiv buborékképző helyek száma néhány esetben nagyon jelentős lehet. Területegységre jutó számukat az átmérő függvényében Poisson-Rayleigh függvénynel lehet közelíteni, a sűrűségeloszlás:

$$N(D) = \frac{D}{\alpha^2} \exp\left(-\frac{D^2}{2\alpha^2}\right); D > 0$$

$D$  - üregátmérő;

$\alpha$  - a függvény alakját befolyásoló paraméter.

A fémfalon levő karcok hasonló hatásuk van, ezért nem kell külön figyelembe venni azokat.

A  $p_{min}$  értékek számításánál a következő az alapgondolat: a törés előtt a buborékok formája 5a, utána 5b alaku /5. ábra/, mintegy "kifordul"; csak a legnagyobb buborékok hatása érvényesül, azokra felírhatók az egyensúlyi egyenletek; a buborék sugara azonos mindkét esetben, de a folyadéknyomás kisebb lesz a törés után; a telítési érték alá csökken.

A nyomáskomponensek a dekompresszió előtt és után /5. ábra/

A következő résznyomások tartanak egyensúlyt az üregben a dekomprimálás előtt:

$$P_{folyadék} = P_{gőz} + P_{gp} + dP_f$$

$P_{gp}$  - az oldott gázok parciális nyomása,

$dP_f$  - a felületi feszültségből adódó nyomástöbblet.

A törés után az utolsó tag megváltoztatja előjelét, mivel a felületi feszültség hatására most a buborékban nagyobb nyomás lesz, mint a folyadékban. A kritikus méretnél kisebb buborékok nem játszanak jelentős szerepet, mivel alakjuk nem változik jelentősen, hatásuk a nyomásra elhanyagolható.

Feltételezzük, hogy a buborékban levő gőz termikus egyensúlyban van az őt körülvevő folyadékfelszínnel, de ez nem jelenti azt, hogy a teljes folyadék tömegével, mert egy termikus határréteg alakul ki a buborék körül, növekedése alatt.



Közvetlenül a buborék "kifordulása" után még nem alakul ki a termikus határréteg a buborék körül, de a folyadékban a buborék falán egy igen meredek gradiensű hőmérsékletváltozás áll elő, lehül a buborékban levő gőz, lecsökken a belső nyomás. Ennek értéke kisebb lesz, mint a folyadéktömeg kezdeti hőmérsékletéhez tartozó telítési nyomás. Mivel a folyadék nyomását a buborék sugara és belső nyomása határozza meg, s most a folyadék nyomása alacsonyabb, mint a hőmérsékletéhez tartozó telítési érték - az egész folyadék tulhevíül.

Az egyensúlyi állapothoz való visszatérés úgy történik, hogy a buborék faláról elpárolgó folyadék emeli a nyomást addig, amíg vissza nem jut a telítési értékhez.

A  $P_{\min}$  számítása a következőképpen történik: az aláhűtött /5.a/ és túlhevített /5.b ábra/ esetekre a buboréksugarak egyenlőek, innen  $P_{\min}$  kifejezhető.

Szferikus buborék sugara a következőképpen írható fel a nyomások függvényében:

$$(P_{\text{folyad.}} - P_{\text{bubor.}}) R^2 \pi = 2 R \sigma \pi$$

/1/

$$R = \frac{2\sigma}{P_t - P_b}$$

Ha van oldott gáz a buborékban, a buboréknyomás  $P_b = P_{\text{gőz}} + P_{\text{gp}}$ . A  $P_{\text{gp}}$  az oldott gázok parciális nyomásának értéke a kezdeti hőmérséklettől, nyomástól és koncentrációtól függ. Ha a gázkoncentráció magas, a parciális nyomás befolyásolhatja a jelenséget. Számítása azonban bizonytalan, mert csak egyensúlyi állapotokra vonatkozó összefüggések vannak az irodalomban.

A koncentráció /K/ és a parciális nyomás közti összefüggés szerint egy zárt rendszerre a következő írható:

$$P_1 K_1(T_1) = P_2 K_2(T_2)$$

/2/

A K koncentráció értékre a [7, 8] adatait használhatjuk.



Az /1/, /2/ egyenletekkel már felírhatók a buboréksugarak aláhűtött /5.a ábra/ és tulhevitett folyadék /5.b ábra/ esetére:

$$a./ \quad R_{\text{aláhűtött}} = \frac{2 \sigma(T_1)}{P_{f1} - (P_{gp} + P_g)} \quad /3/$$

$$b./ \quad R_{\text{tulhevitett}} = \frac{2 \sigma(T_2)}{P_{\text{sat}}(T_2) + \frac{K_1(T_1)}{K_2(T_2)} P_{gp1} - P_{f2}} \quad /4/$$

Az 1-es index az aláhűtött, a 2-es a tulhevitett állapotnak felel meg. a tulhevitett állapotú folyadék 4-es összefüggésben található  $P_{f2}$  ami a  $P_{\min}$ -nek felel meg.

Ha az oldott gáz hatásától eltekintünk, akkor  $P_{f2} = P_1 - P_{\text{sat}}$  azaz a nyomás közelítőleg annyival esik a telítési érték alá, amennyivel felette volt.

#### A buborék növekedésének mechanizmusa

A mérések szerint két szakasz különíthető el határozottan. Az első, amikor a buboréksíra a növekedés kezdeti szakaszában van, mikroszkópikus méretű. Ezt izoterm szakasznak is nevezhetjük, mert itt a tehetetlenségi és felületi feszültség erői szabályozzák a mozgást.

A növekedést a Rayleigh impulzusegyenlet írja le:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = (P_g - P_l - \frac{2\sigma}{R})/\rho_l \quad /5/$$

A megoldás lineáris az idő függvényében, ha a második derivált elhanyagolható, azaz kis tulhevitéseknél:

$$R(t) = \left( \frac{2(P_g - P_l - 2\sigma/R)}{3\rho_l} \right)^{\frac{1}{2}} t$$



Esetünkben ez a periódus addig tart, amíg kifordul a buborék, utána minőségileg új szakasz következik. Ezt az első szakaszt a számításoknál nem vesszük figyelembe, mivel jóval 1 msec alatt van az időtartama.

A második szakaszban a növekedést az elpárolgott gőz mennyisége határozza meg, ezt viszont a buborékhoz vezetett hőmennyiség szabályozza.

Állandó nyomás és tulhevités esetére Plesset és Zwick adta meg a megoldást. [10]

$$\frac{1}{2R\dot{R}} \frac{d}{dt} (R^3 \dot{R}^2) = A(T_f - T_{bs}) + \frac{2\sigma}{\rho_f R_0} \left(1 - \frac{R}{R_0}\right)$$

/6/

- Ahol  $T_{bs}$  - a folyadék hőmérséklete a buborék fázishatárán,  
 $R_0$  - a buborék kezdeti sugara /az inertiális periódus után/  
 $A$  - a gőznyomás a hőmérséklet függvényében, adott érték körül linearizáló tényező.

Az egyenlet megoldását a következő formula adja:

$$R(t) = \sqrt{\frac{12}{\pi a}} \frac{\lambda \Delta T \sqrt{t}}{h'' - h'}$$

- Ahol  $\Delta T$  - tulhevités  
 $\lambda$  - a folyadék hővezetési tényezője  
 $h$  - entalpia  
 $a$  - a víz hőfokvezetési tényezője.

A 6. ábrán ezt ábrázoltuk adott nyomásu és entalpiájú vizre. A számítások alapjául ez az összefüggés szolgál.



A tulhevités számítása az idő függvényében

A rendszer dekomprimálása során a tulhevités nem állandó, addig csökken, míg az egyensúly be nem áll. A tulhevités értékét a buborék felületéről történő elpárolgás és leszakadt buboréknál a konvektív hőátadás befolyásolja.

a./ Az elpárolgás hatása /7. ábra/

A buborék környezete úgy tér vissza az egyensúlyi állapotba, hogy a folyadék párolog. Az energiaegyenlet egy időegységre felírva a következőképpen néz ki:

$$M_f C_f dT = dM (h'' - h') + M_b C_g dT \quad /8/$$

Ahol  $dT$  - a tulhevités csökkenése egy időlépés alatt  
 $C_f C_g$  - a folyadék és gőz fajhője  
 $M_b$  - a buborékban levő gőz térfogata  
 $M_j$  - egy időlépés alatt elpárolgott folyadék  
 $dM$  - a határrétegben lehült folyadék tömege.

A C.III. függelékben található az egyenlet részletes kifejtése.

Mivel a folyadék hővezetési tényezője véges, nem az egész folyadéktömeg fog lehülni, ez csak egy határrétegben történik meg, vastagsága a termikus diffúziós hosszal jellemezhető:

$L_0 = \sqrt{\pi \alpha t}$  . Amíg a buborékok a falon tapadnak, ez igaz, a leszakadó és a folyadékban mozgó buborékoknál a határréteg vékonyabb lesz, a hőátadás javul. A /8/ egyenlet jobboldalán levő második tag elhanyagolható az elsőhöz képest, így

$$dT = \frac{dM(h'' - h')}{C_f M_f} \quad /9/$$



b./ Hőátadás a mozgásban levő buboréknál

A falról leváló buborékoknál a folyadékokban való mozgás miatt még konvekciós hőátadás is fellép. A buborék sebessége a C.II. függelék eredménye szerint számítható. A hőátadási tényező értékre a Wolfert által javasolt összefüggést célszerű használni, mert az éppen ilyen esetekre mért értékek alapján készült.

$$\alpha = \sqrt{\frac{2\lambda \rho + cu}{R\pi}} \quad /10/$$

amely 5-7000 Joule/m<sup>2</sup>sec értéket ad, a nyomottvizes reaktorok szokásos paramétereinél.

A megjavult hőátadás miatt gyorsabban nő a buborék, az ebből adódó térfogatnövekedés

$$\Delta V = \frac{4 R^2 \pi \alpha \Delta T}{\rho_v (h'' - h')} \quad /11/$$

Ez a hatás szintén a túlhevítést csökkenti, bár nem jelentős mértékben.

A túlhevítés számítása

A /9/ és /11/ egyenlet segítségével lehet számítani az egy időlépés alatt bekövetkező túlhevítés csökkenést, s így a túlhevítés értékét. Ezt az állandóan csökkenő túlhevítés értéket használjuk a számításnál, a /7/ egyenletben. A csökkenő túlhevítéssel már nem lehet analitikusan megoldani a növekedési egyenletet, hanem numerikusan kell közelíteni. Azaz a feltételezéssel, hogy egy rövid időlépésben állandónak tekinthetjük a túlhevítést, viszonylag egyszerűen megoldható probléma. Pusztán az új, kisebb túlhevítési értéket nem lehet az összefüggésbe beírni, hiszen az új időlépés elején a



kisebb tulhevités miatt kisebb buboréksugár adódna. Ezt a problémát úgy lehet kikerülni, ha az idő helyére egy ún. "ál" időt irunk be. A 8. ábrán látható ennek a szerepe. Egy új időlépés megkezdése esetén a buboréksugár szükségképpen azonos a régi időlépés végén számolt értékkel, az új  $\Delta \bar{T}_{i+1}$  tulhevitési érték kisebb lesz a régi  $\Delta \bar{T}_i$  értéknél. Ezért a  $\Delta \bar{T}_{i+1}$  értékhez egy olyan "ál idő" tartozik, amekkora idő alatt, a kisebb  $\Delta \bar{T}_{i+1}$  értékkel a buborék sugara ugyanolyanra nőtt volna.

Számítása a következőképpen történik:

$$R_i = B_i \Delta \bar{T}_i \sqrt{t_{\text{valódi}}}$$

itt  $B_i$  a /7/ egyenlet konstans része /12/

$$t_{\text{ál}} = \left( \frac{R_i}{B_i \Delta \bar{T}_{i+1}} \right)^2$$

Az első időlépés kivételével mindig elvégezzük a számítást, szem előtt tartva, hogy a valódi idő az időlépések összege lesz. Lehetőség van persze arra, hogy változó, egyre hosszabbodó időlépéseket használjunk, mert a változás csak a folyamat elején gyors.

### Buborék generációk

Általában feltételezik, hogy a folyamat közben nem keletkeznek új buborékok [4]. Nem lehet kizárni annak a lehetőségét, hogy több buborék-generáció is leszakad a falról, ha hosszabb ideig vizsgáljuk a folyamatot. Az itt leírt számításoknál egy statikus modell került felhasználásra, ami szerint akkor szakad el a faltól az első buborékgeneráció, amikor a felhajtóerő nagyobb, mint a felületi feszültség azon összetevője, ami a falhoz köti a buborékot /9. ábra/.



Azaz

$$\frac{4}{3} R^3 \pi (\rho' - \rho'') g = 6 D \pi$$

/13/

Igy 
$$R_{krit} = \left[ \frac{3D}{4(\rho' - \rho'')g} \right]^{\frac{1}{3}}$$

Ez persze csak közelítés, mert függőleges falon más is közrejátszhat a leszakadásban /alulról jövő buborékok/ és a buborékok alakja is más, így az erőkomponensek is.

A számítás úgy működik, hogy minden időlépés után ellenőrzésre kerül a buborék mérete. Ha meghaladja az  $R_{krit}$  értékét, akkor ugyanannyi számú új, az üreg átmérőjével egyenlő kezdeti nagyságú buborékot tételezünk fel, a régiek pedig a folyadékban lebegve tovább nőnek.

#### A kiáramlás hatása

A számítások olyan esetre készültek, amikor a buboréknövekedést nem zavarja semmilyen extrém körülmény. Szélsőséges esetet tekintve, ha a tartály hosszában kettényilna, a nyomáslefutás tárgyalásának már nem lenne értelme, hiszen a nyomástartó falak megszűnnek.

A kiáramlás keresztmetszete az első pár msec alatt nem játszik lényeges szerepet, mert a növekedő buborékok nagyon kevés folyadékot szorítanak ki. Mikor a rendszer visszatért a termikus egyensúly állapotához, akkor lesz lényeges, hogy mekkora a kiáramlási felület.



### A számítási eredmények értékelése

Három különböző nyomáson /50, 100, 150 bar/ különböző tulhevitésekkel készültek számítások, melyekből a következő tapasztalatokat lehet leszűrni:

- 1./ Ha az oldott gázok parciális nyomása nagyon kicsi, a folyamatra ez esetben nem gyakorolnak számottevő hatást.
- 2./ A buborékok számának nincs jelentős hatása a nyomáslefutás elejére; számuk változtatásával nem lehet befolyásolni a nyomás-idő görbe alakját. Ez azt jelenti, hogy elvileg egy buborék jelenléte már elegendő ahhoz, hogy a görbe lefutása a szokásos legyen. Mivel a buborékok egyszerre növekszenek, számuk a nyomáslefutás szempontjából közömbös.
- 3./ Az első msec alatt nagyon erős az egyensúlyhoz való visszatérés, azaz a nyomásemelkedés, később lelassul, ahogy a termikus határréteg vastagszik a buborék körül. A tulhevítés is hasonló módon változik, hiszen a nyomás határozza meg értékét.
- 4./ A buborékleválás statikus modellje szerint az első 20 msec alatt /10 °C kezdeti tulhevitésnél/ nincs leválás, de az Edwards [5] által végzett mérések ezt nem támasztják alá, már az első msec után mérhető void tartalom a csőfal mentén. Ez azt jelenti, hogy figyelembe kell venni a folyadék felületéről a buborékba lépő molekulák reakciócseréjét, ami a felületi feszültség ellen hat, s mintegy "letépik" a buborékot egy korai növekedési fázisban.
- 5./ A leírt modell azonos kezdeti hőmérséklet és nyomás értéket tételez fel a tartányban, és erre alapozva számol. Ha az áramló folyadékban hőmérséklet vagy nyomáseloszlás van, akkor több részre kell osztani a rendszert, és mindegyiknél külön-külön kell végezni ezt a számítást.



- 6./ A  $p_{\min}$  értéke a gyakorlatban attól függ, hogy a kezdetben milyen gyors a nyomásesés. Ha nem a gyakorlatilag előállítható leggyorsabb nyomásesést állítjuk elő, akkor nem lesz a nyomásgörbének olyan éles a csúcsa, és a minimum is magasabb értéket vesz fel.
- 7./ A számítások szerint nem várható, hogy a még falon levő és növekedő buborékok összeérjenek, és úgy szakadjanak le a falról.
- 8./ A számítások és a mérések összevetése alapján a kezdeti nyomásesésre vonatkozó modell jónak mondható, pontosan adja vissza a méréseket.
- 9./ Az itt leírt fizikai modell egy kis kiterjedésű térfogatelemen belül írja le a változásokat, de lényeges kikötés, hogy a nyomásnak minden pontban azonosnak kell lennie. Hosszu csövek és tartányok esetén ez nem áll fenn, ezért ott nem alkalmazható az "egy-pont" modell, ott több ilyen elemet kell összekapcsolni.
- 10./ Az a feltevés, hogy a minimális nyomás kialakulása után a buborékban is az ennek megfelelő telítési hőmérséklet áll be nem jó közelítés, ha a túlhevítés nagy. Ekkor mindenképpen szükséges számítással is végigkísérni a folyamatot. Figyelembe kell venni az inerciális növekedési szakaszt, s csak ez után következik a termikus szakasz.
- 11./ A számításokat 50, 100, 150 bar nyomás körül végeztem 50°C alatti, tehát kis túlhevítéseknel. Ezek a rendelkezésre álló méréseket jól közelítik, de a nagyobb túlhevítéseknel már jelentkezett egy kb. 5-10% -os eltérés a 10. pontban említett okok miatt.



Függelék C.I.

Buborékképletkezés helye

A buborékképződés lehet homogén, amikor az egész folyadéktér-fogatban egyszerre keletkeznek buborékok, vagy inhomogén, amikor a falon, üregekben keletkezik buborék. A homogén nukleáció elméletét Frenkel dolgozta ki [4].

Ezek szerint a buborékképzéshez szükséges munka a következőképpen írható fel:

$$\frac{dn}{dT} = \frac{NKT}{h} \exp \left[ - \frac{\Delta f + W}{KT} \right]$$

Az ehhez szükséges nyomáskülönbség  $/P - P_{\text{sat}}/$  értéke:

$$\Delta P = \frac{P_f}{P_f - P_g} \cdot \frac{16 \sigma^3}{3KT \ln \frac{NKT}{h}}$$

vagy hőmérsékletre felírva

$$\Delta T = \frac{P_f}{P_f - P_g} \cdot \frac{1}{\lambda P} \cdot \frac{16 \pi R N \sigma^3}{3 \ln \frac{RT}{h}}$$

Az összefüggések pl. 10-100 MP<sub>a</sub> nyomáskülönbséget adnak, ami nagyon magas érték, mivel buborékképletkezés már kisebb értékeknél is van, eredetüket nem lehet homogén nukleációra visszavezetni.

Meg kell még vizsgálni, hogy kialakulhat-e buborék éles csúcsokon, vagy síkfelület által határolt folyadékban.

Bankoff [3] szerint a sík felszínen a nukleációhoz szükséges munka

$$W = \left( \frac{3}{4} R^3 \pi \frac{M_g - M_f}{v_g} + 4 R^2 \pi \sigma \right) \cdot f(\psi)$$

ahol

$$f(\psi) = \frac{2 + 3 \cos \psi - \cos 3\psi}{4}$$



Igy a kritikus méretet elérő, már megmaradó buboréksira létrehozásához szükséges munka

$$W = \frac{16 \pi \epsilon^3}{3(P_g - P_f)^2}$$

Ez nagyjából azonos eredményre vezet, mint az előzőleg leirt homogén nukleáció, s a görbült felszínre végzett számítások is hasonló eredményre vezetnek.

Igy az egyetlen lehetséges megoldás, hogy a felület üregeiben képződnek a buborékok, a kísérleti bizonyítékok is ezt támasztják alá, pl. Liebermann mérései [2].

A következő kísérleti tapasztalatokat lehet leszűrni:

- a./ amennyiben magas nyomás segítségével a falban levő kis üregek egy részét elárasztják, még mindig marad elegendő nedvesített üreg, hogy újabb buborékképző helyként szolgálhasson.
- b./ A tulnyomás időtartamának nincs hatása a folyamatra.
- c./ A tulhevítésnek egy elméleti felső határa van, a [6] szerint.
- d./ Nincs jelentős különbség a desztillált és csapviz között, ami a méréseket illeti.

W	- munka
$\Delta f$	- aktivációs szabad energia
k	- Boltzmann szám
n	- buborékszám
N	- Avogadro szám
h	- Planck állandó
$\epsilon$	- lásd lo. ábra
v	- moláris térfogat
$\mu$	- moláris szabad energia



Függelék C.II.

A leszakadt buborékok emelkedési sebessége

A buboréksebességet Stokes módszerével lehet számítani, összenyomhatatlan közegben mozgó gömbökként kezelve őket. Kis buborékoknál, mint esetünkben is, ez jó közelítés, mert a felületi feszültség gömbbé huzza össze a buborékot. A felhajtóerő és a surlódási erő tart egyensúlyt.

Az  $F$  ellenállási erő a következőképpen számítható. A buborék áramlásra felírható:

$$P = \eta \Delta V, \quad \text{div } V = 0$$

Integrálva az egyenletet  $P = \eta \Delta \phi + P_0$ , ahol  $\phi$  a sebességpotenciál. A egyik partikuláris megoldása:

$$\phi = -\frac{c}{z} \cdot \frac{\partial R}{\partial x}, \quad \text{így}$$

$$\phi = u_0 x + b \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \right) \frac{c}{z} \left( \frac{\partial R}{\partial x} \right)$$

Ezzel a nyomás a következő alakba írható:

$$P = P_0 - \frac{3}{2} \eta u \frac{\alpha x}{R^3}$$

Az  $F$  ellenálláserő a gömb felszínére ható összes erő integrálásával nyerhető:

$$F = \oint \sigma_{nx} df; \quad F = - \int_{(\Sigma)} \left( P_0 \frac{x}{R} + 3\eta c \frac{x^2}{R^4} \right) df = -6 \pi \eta R V$$

Kis nyomású gömbökre az Oseen által végrehajtott módosítással

$$F = 6 \pi \eta R u \left( 1 + \frac{3 Re}{8} \right) \quad \text{ahol } Re = \frac{\rho R u}{\eta} \quad \text{a Reynolds szám.}$$

Jelölések:  $R$  - buboréksugár  
 $V$  - a buborék körüli sebesség vektora  
 $x$  - vertikális koordinátor  
 $\Delta$  - div grad



Függelék C.III.

A /8/ egyenlet részletesen kifejtett formája a következő, az i-edik időlépésben:

$$4R^2 \pi C_f C T_{i+1} T_i \rho_f n \sqrt{\frac{\lambda_f}{\rho_f C_f} \left( dt_i + \sum_{i=1}^m dt_i \right) \pi} =$$

$$\frac{4}{3} \pi h \rho_v L (R_{i+1}^3 - R_i^3) + C_v (T_{i+1} - T_i) \cdot \frac{4}{3} \pi \rho_v n (R_{i+1}^3 - R_i^3)$$

Az egyenlet baloldala írja le a buborék körüli határréteg hűlését, de ez egy linearizált közelítés, mert egy átlagos  $T$  hőmérséklettel számol.

Az ismeretlen a zárójelben szereplő  $T_{i+1} - T_i$ , azaz a víz melegedése. A gyökjel alatti kifejezés a termikus határréteg időbeli változását írja le.

A jobboldal első tagja a párolgáshoz szükséges hőmennyiséget adja, a második tag a buborékban levő gőz melegítéséhez szükséges hőmennyiséget. A második tag az elsőhöz képest elhanyagolható.



I R O D A L O M

I. Rész

- 1 Moody: 1965 ASME Journal of Heat Transfer, p.134.
- 2 Fauske: Contribution to the theory of two-phase, one component critical flow. ANL 6633 1962.
- 3 Kawamura: Validity of the quasi static assumption in transient thermo-hydraulic analysis, JAERI M 6598, 1976.
- 4 Edwards: Conduction controlled flashing of a fluid, and the prediction of critical flow rates in a one-dimensional system. AHSBC R 147, 1968.

II. Rész

- 1 Turner: Energia Nucleare. Vol.19. No.5. p.317
- 2 Sandri, Martini: One dimensional transient two phase flow model and its implicit solution. Toronto 1976. Specialist meeting.

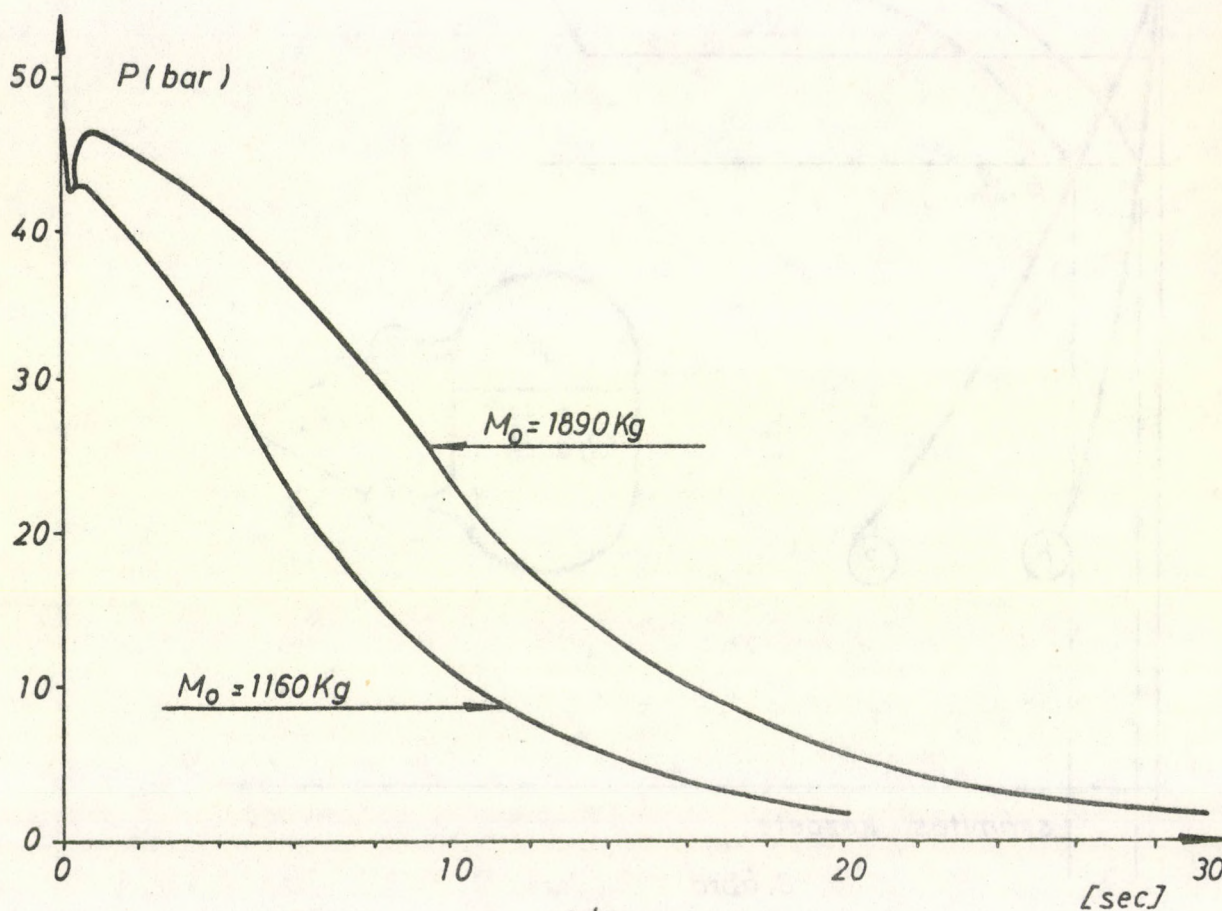
III. Rész

- Peter Griffith: Nucleation and bubble formation in boiling. Proc. Instn. Mech. Eng. 1965-66. Vol.180, Pt 3c.
- 1 Wolfert: The simulation of Blowdown process with consideration of Thermodynamic Nonequilibrium Phenomena. Toronto, 1976. Spec. meeting.
  - 2 Libermann: Air bubbles in water. J. of Applied Physics. Vol.28, p.205.



- 3 Bankoff: Ebullition from solid surfaces in the absence of pre existing gas. ASME Journal C, Vol.79, p.735.
- 4 Frenkel: Kineticeszkaja Teorija Zsidkosztyej. Leningrád, 1975. Nauka
- 5 R.Carzaniga: An investigation on the blow-down of a tank filled with saturated steam water. Part 1. CISE, R 303.
- 6 Briggs: Maximum superheating of water as a Measure of Negative Pressure. Journal of Appl. Physics, Vol.26, p.1001.
- 7 Perry: Chemical handbooks.
- 8 Physikochemische Grundlagen der Speisewasserchemie. Vulkan Verlag, Essen 1963, p.111.
- 9 Edwards: Studies of Phanomena Connected with the depressurisation of water reactors. Journal of British Nucl. Energ. Soc. 1970, p.125.
- 10 Plesset, Zwick: Vapour bubbles in superheated liquids. Journal of Appl. Phys. Vol25, No.4, p.493.
- 11 Friz, Riebold: Pressure History during Flashing caused by a sudden Expansion. EUR 50. 39.e.



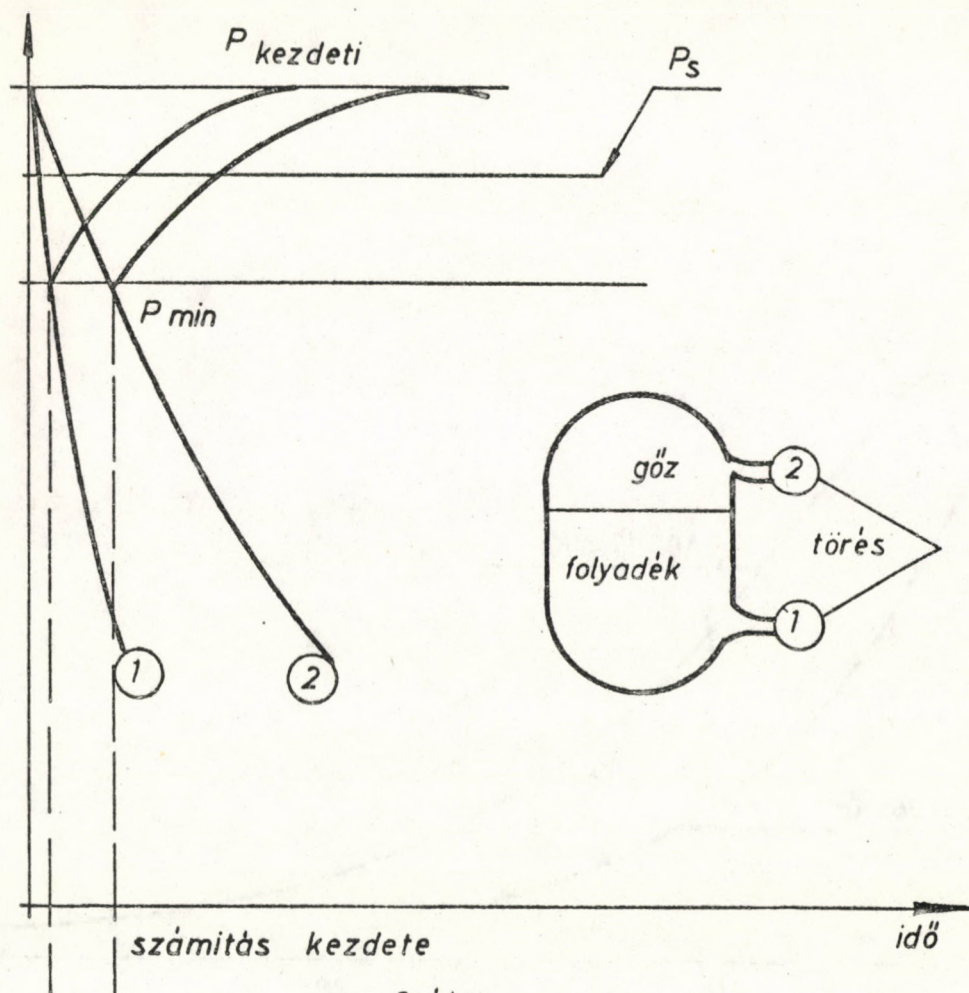


1. ábra  
Mérési eredmény az [5] alapján

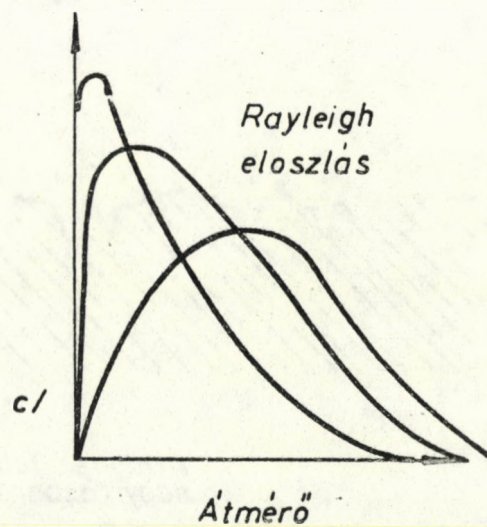
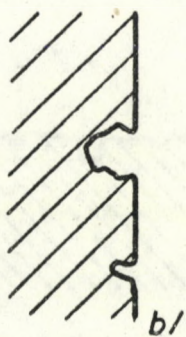
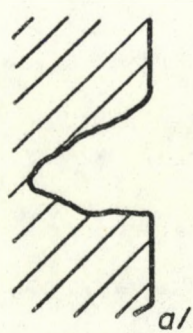


2. ábra  
Átlagos felszín keresztmetszete, ezerszeres  
nagyításban



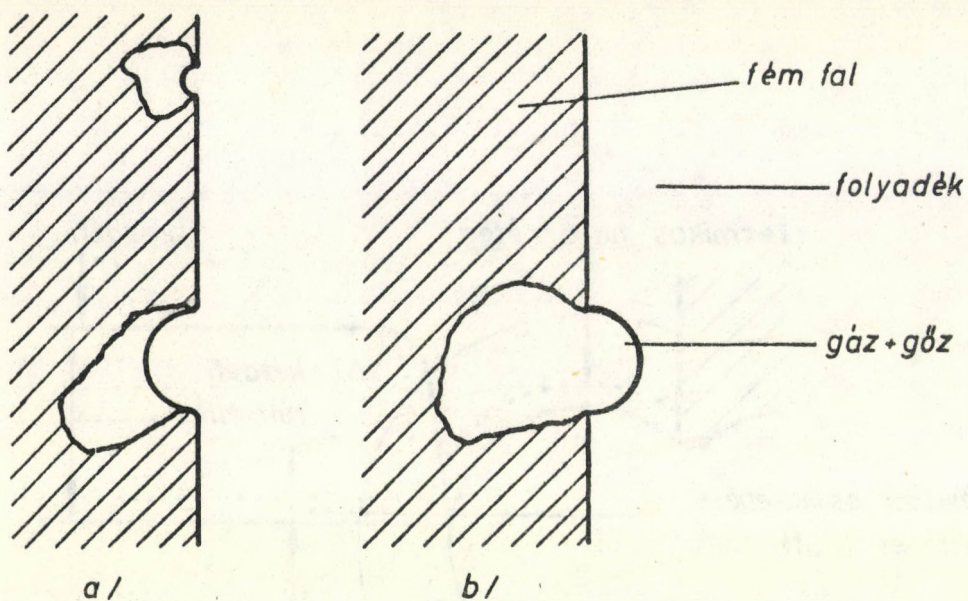


3. ábra  
üreg szám/felület

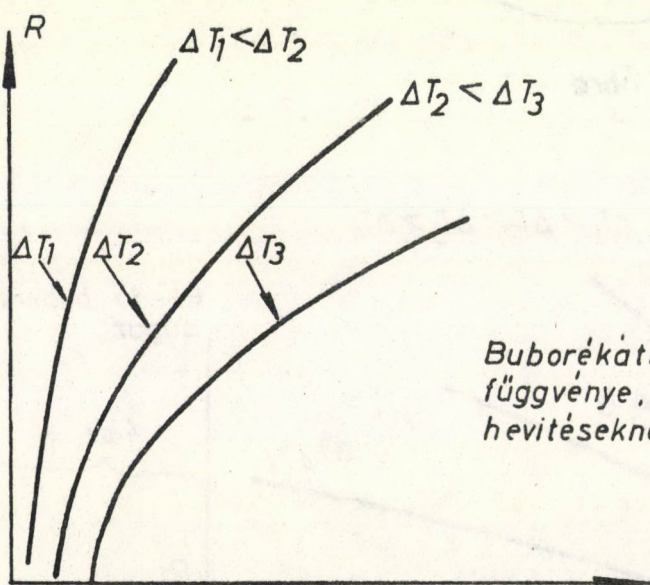


4. ábra





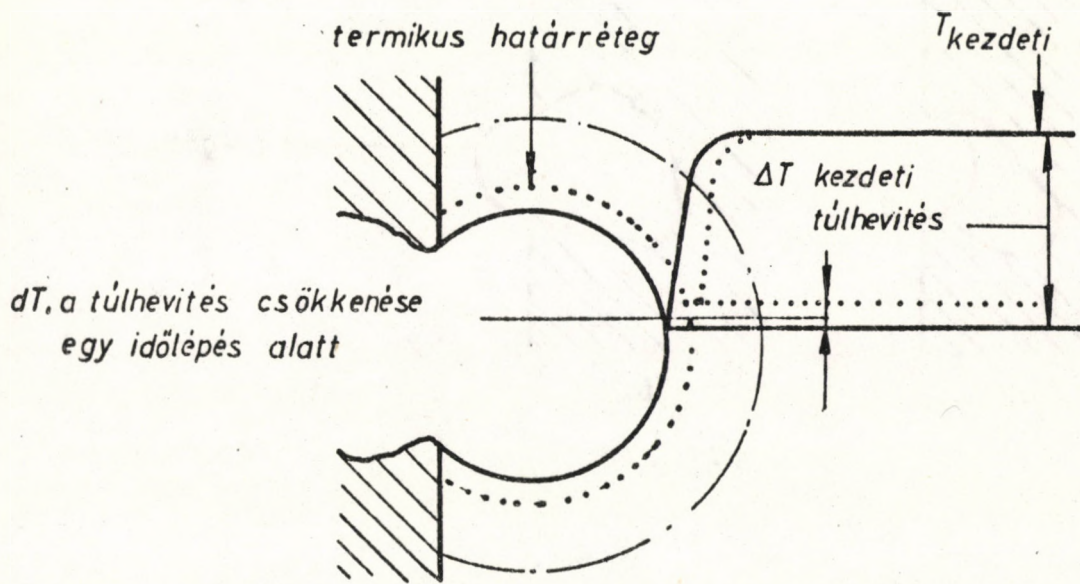
5. ábra



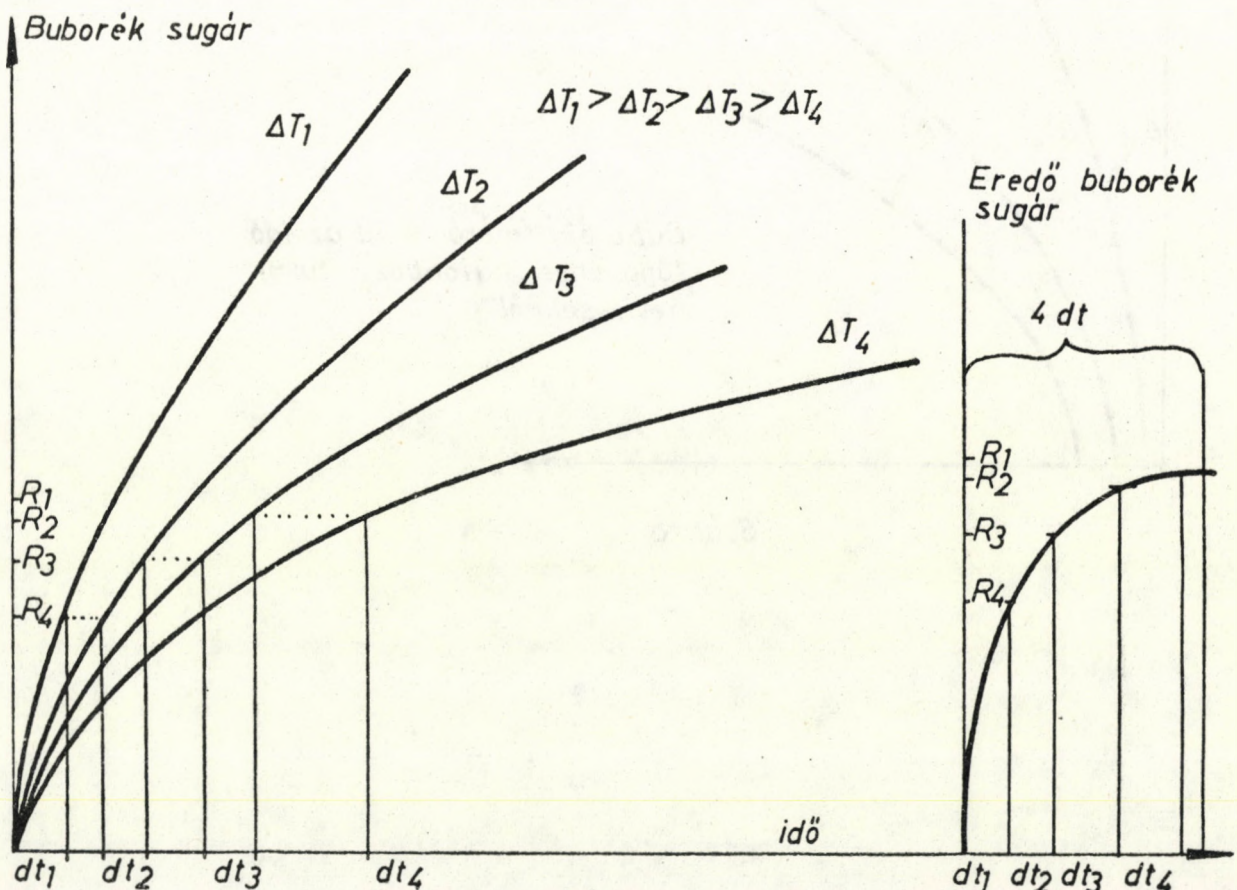
Buborékátmérő mint az idő  
függvénye, különböző túl-  
hevítéseknel

6. ábra





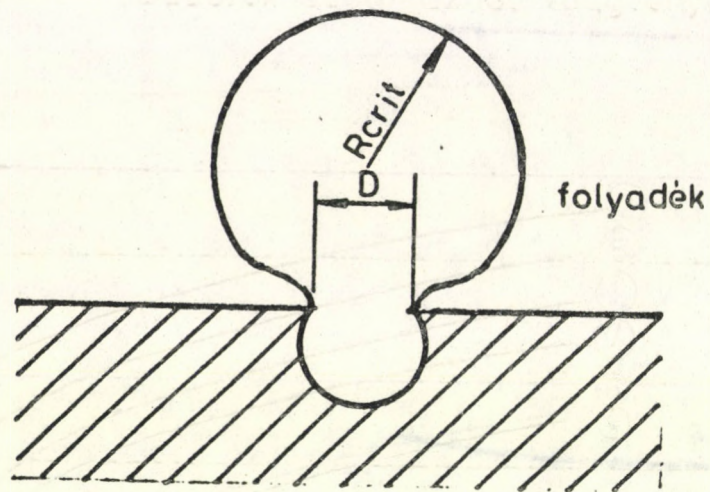
7. ábra



8. ábra

Az eredő buborék sugár számítása

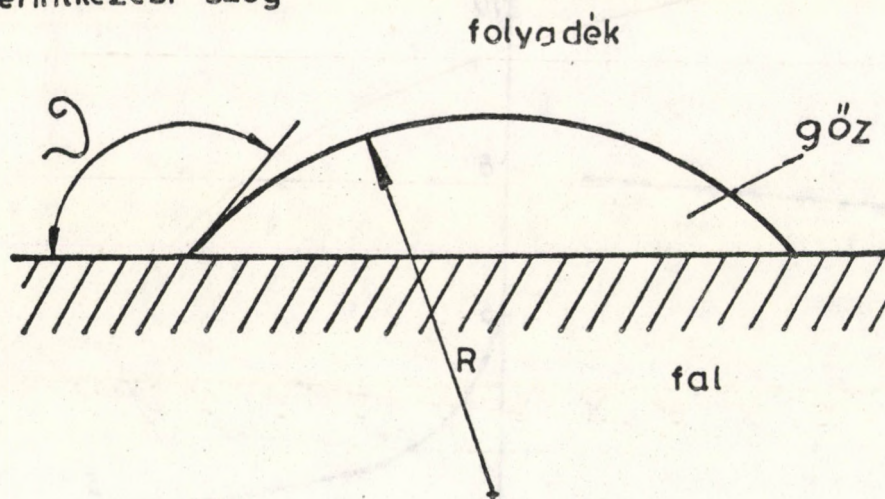




9. ábra

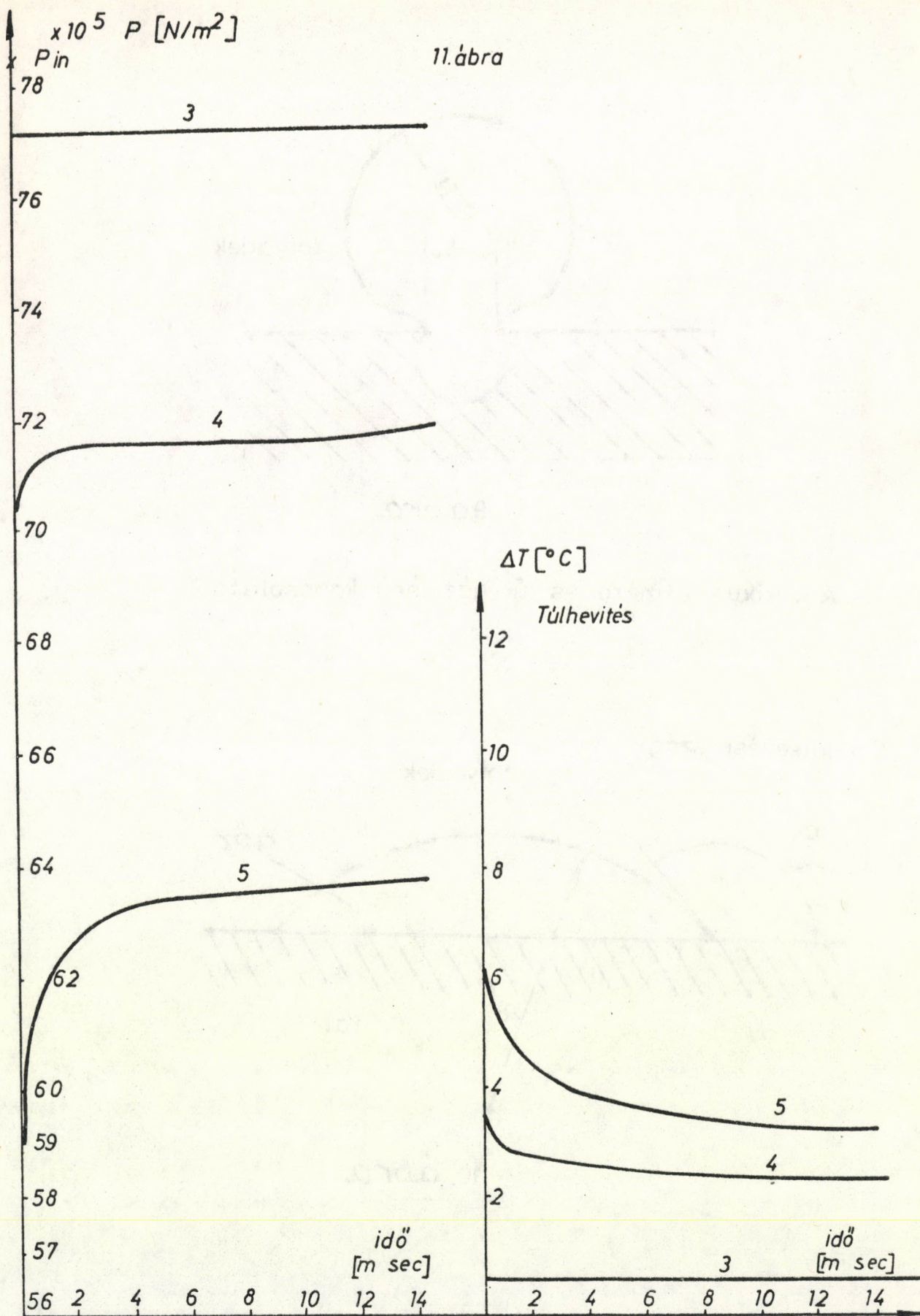
A kritikus átmérő és üregátmérő kapcsolata

érintkezési szög



10. ábra







# Buborék sugar az idő függvényében

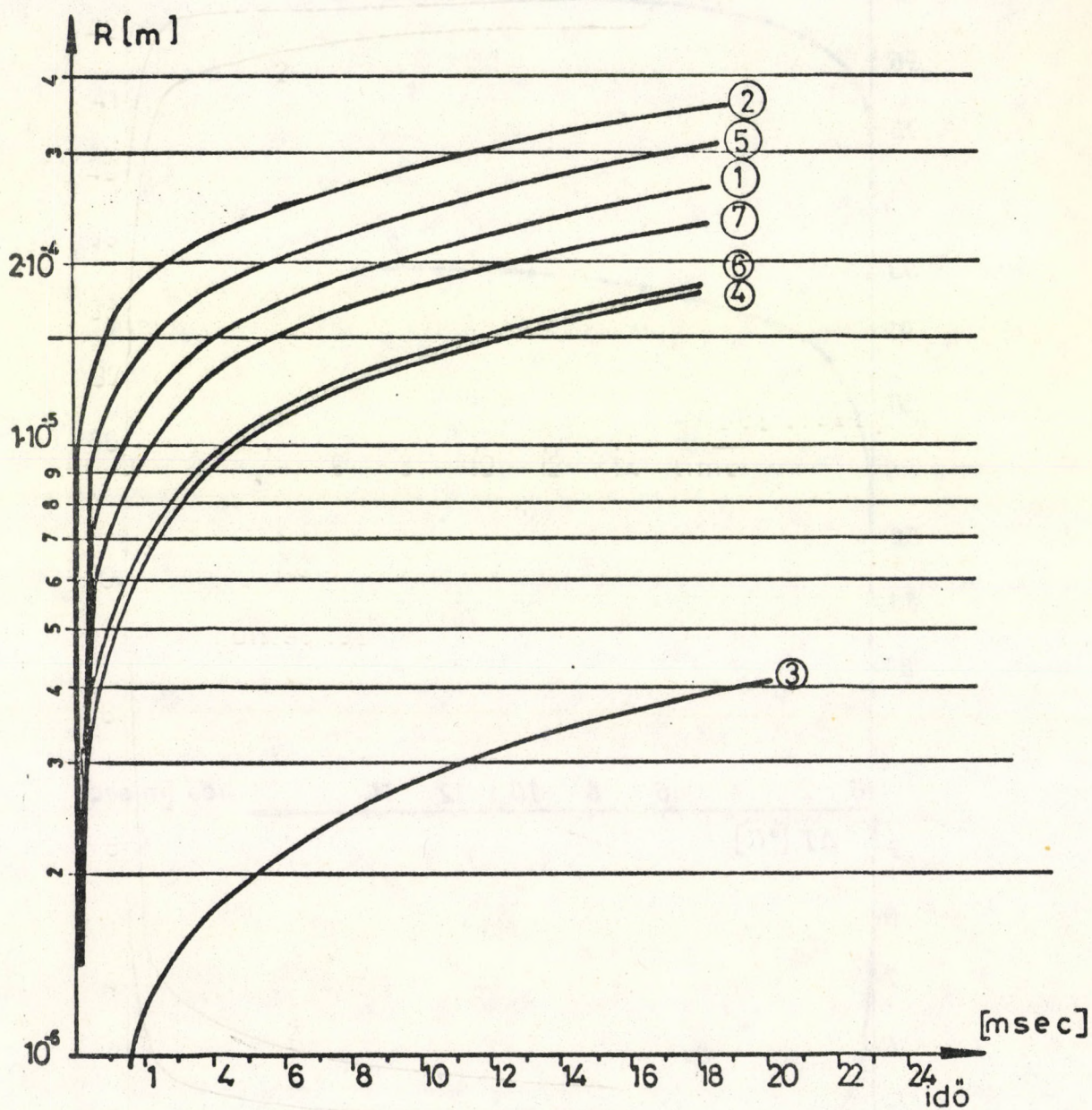
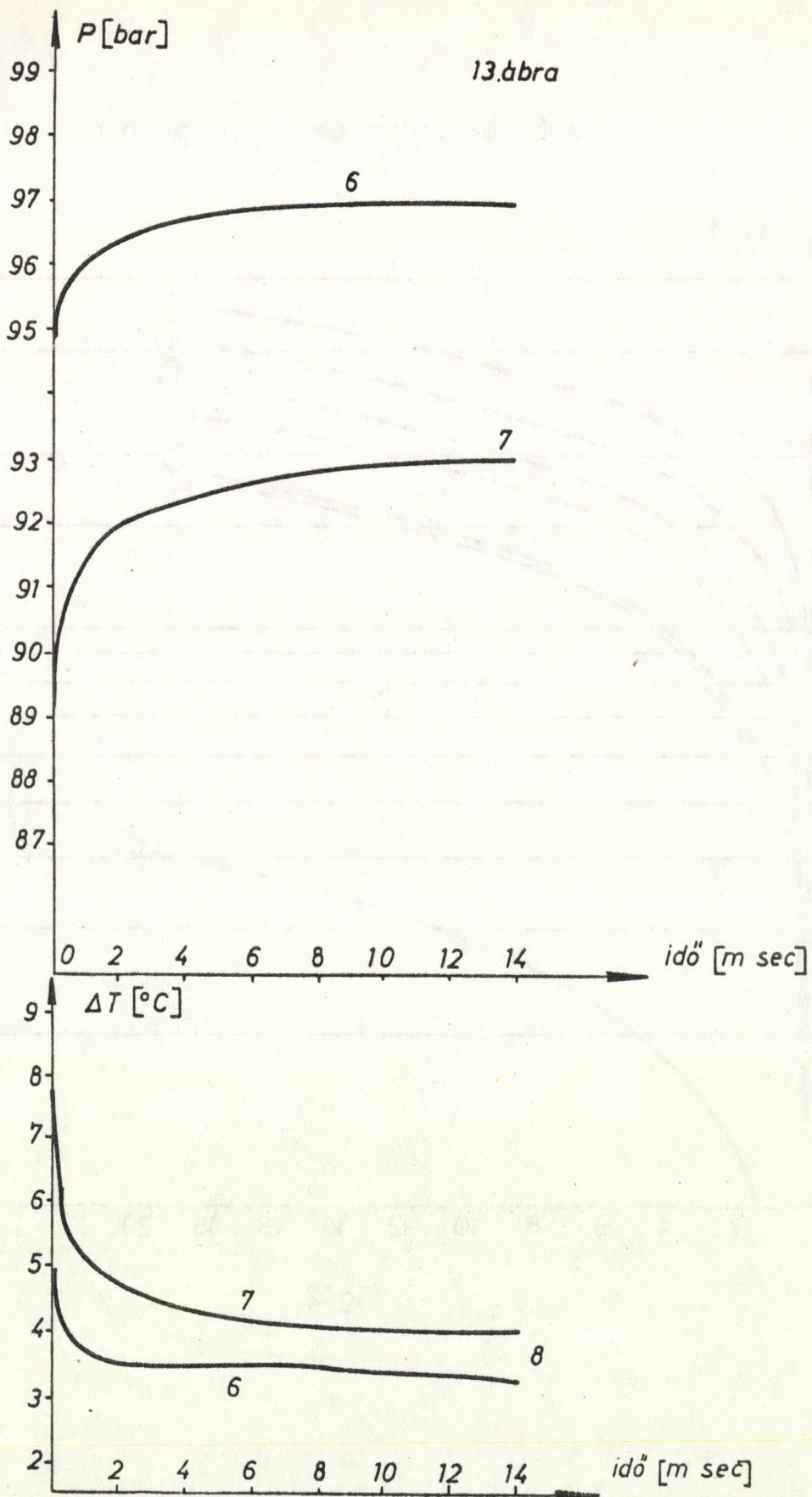
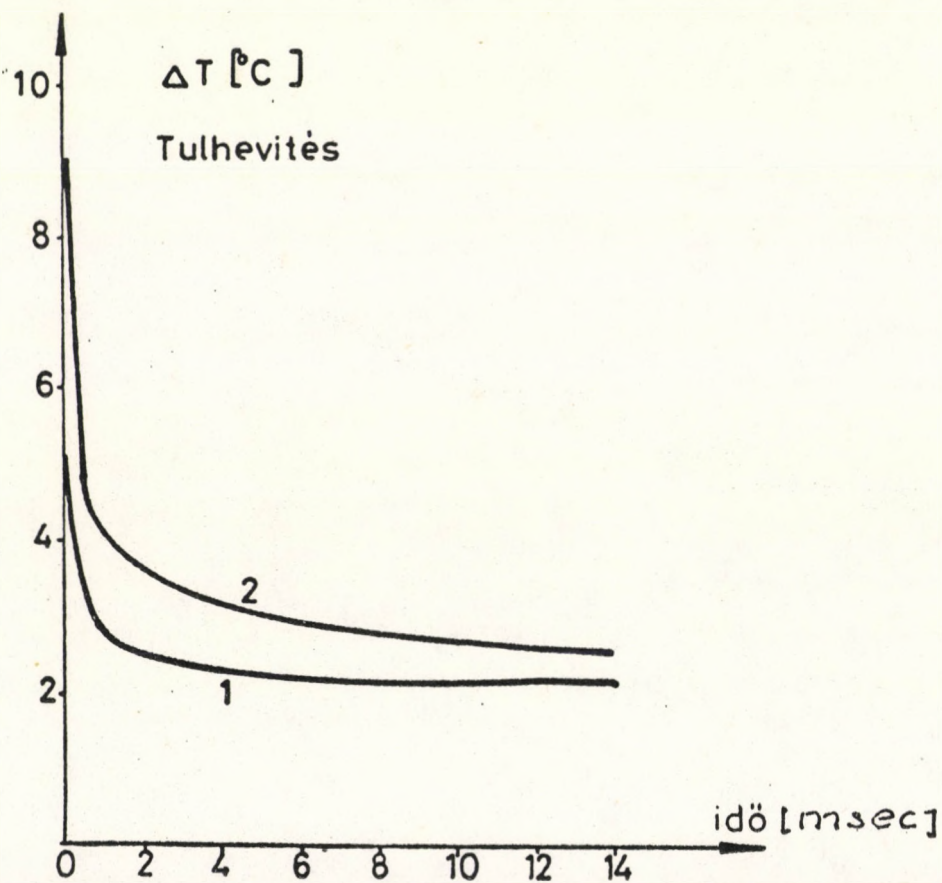
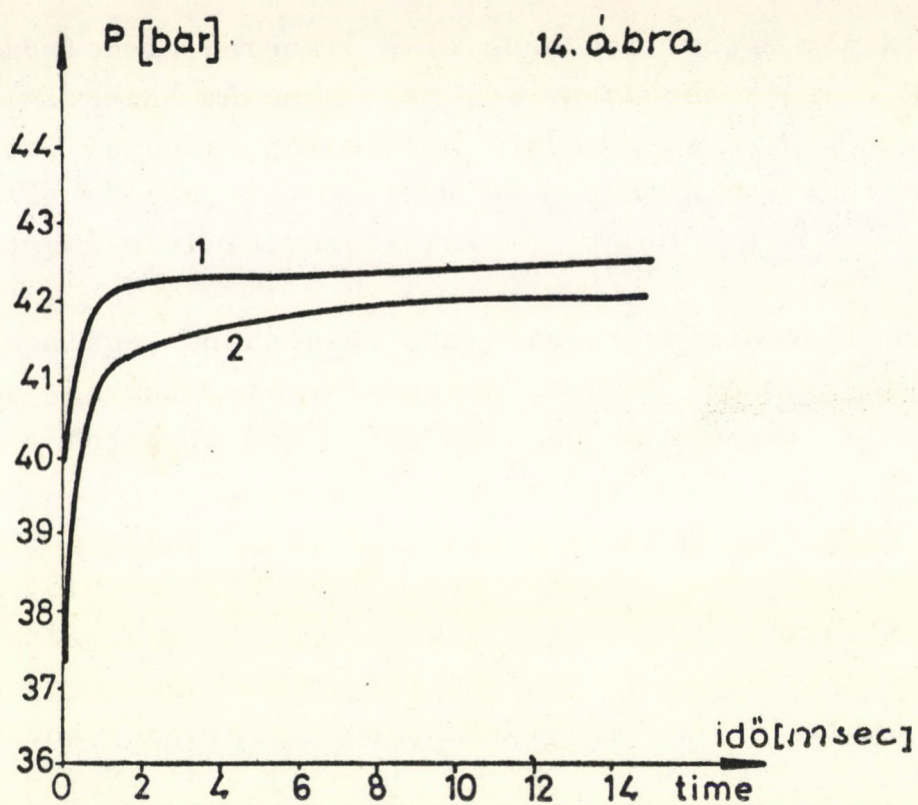


Fig.12



























62.723



Kiadja a Központi Fizikai Kutató Intézet  
Felelős kiadó: Krén Emil  
Szakmai lektor: Vigassy József  
Példányszám: 62 Törzsszám: 79-674  
Készült a KFKI sokszorosító üzemében  
Budapest, 1979. augusztus hó